



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
PROGRAMA ACADÊMICO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA**

ANDERSON RENÊ SANTOS SILVA

**Quantificação de Risco em Finanças: BitCoin sob a
avaliação do *Value at Risk***

**Aracaju/SE
Março de 2019**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
PROGRAMA ACADÊMICO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA**

ANDERSON RENÊ SANTOS SILVA

**Quantificação de Risco em Finanças: BitCoin sob a
avaliação do *Value at Risk***

Dissertação apresentada ao Núcleo de Pós-Graduação em Economia (NUPEC) do Departamento de Economia da Universidade Federal de Sergipe (UFS), como requisito parcial à obtenção do Título de Mestre em Economia.

Área de concentração:
Desenvolvimento Econômico
Orientador: Prof. Dr. Fábio Rodrigues de Moura

**Aracaju/SE
Março de 2019**

Resumo

O presente trabalho tem por objetivo analisar o comportamento de uma das criptomoedas mais conhecidas atualmente, o BitCoin, em relação ao risco oferecido pela operação através do *Value at Risk* (VaR) que é uma métrica de risco bastante utilizada em bancos e fundos de investimento para gestão de investimentos. Apesar de possuir várias formas de obter o VaR, muitas métricas perdem em eficiência decorrente de más especificações nos modelos. É importante, para evitar decisões erradas dos investidores, que seja obtida ao menos uma metodologia robusta e eficiente para estimação do VaR. Neste caminho, a literatura econométrica é bastante vasta em apresentar diversas abordagens, não obstante, foram considerados trabalhos relevantes os que apresentaram uma abordagem empírica do VaR através do modelo *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity* (GARCH), desenvolvido em 1986 pelo professor Tim Bollerslev. Este modelo apresenta ganhos significativos solucionando problemas existentes ao utilizar os modelos autorregressivos com heterocedasticidade condicional, além de permitir uma memória mais longa (mais observações) e uma estrutura de atraso mais flexível.

Palavras-chave: BitCoin, *Value at Risk*, Econometria, Séries Temporais, GARCH

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Formatos de Sistema de Rede.....	17
Figura 2 - Possibilidades de uso do Blockchain	19

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 - Cotação do BTC em US\$ 28/04/2013 - 15/03/2019	14
Gráfico 2 - Distribuição de Probabilidade para rendimentos mensais de um ativo....	25
Gráfico 3 - Teste de Normalidade para BTC.ret	40
Gráfico 4 - Índice de Retorno do BTC	41
Gráfico 5 - Variância Condicional em GARCH(1,1) de Ordem ARMA(5,3)	45
Gráfico 6 - Variância Condicional em GARCH(1,1) de Ordem ARMA(0,0)	46
Gráfico 7 - Limites do VaR (IC = 99%) Modelo GARCH(1,1) Ordem ARMA(5,3).....	48
Gráfico 8 - Limites do VaR (IC = 99%) Modelo GARCH(1,1) Ordem ARMA(0,0).....	48
Gráfico 9 - Estimativa de Previsão do VaR - GARCH (1,1) de Ordem ARMA (0,0) a 5% de significância.....	50
Gráfico 10 - Teste fora amostral - GARCH (1,1) de Ordem ARMA (0,0) a 5% de significância.....	52

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Testes de Normalidade	40
--	----

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Estatísticas Descritivas	39
Tabela 2 - Estimação do Modelo GARCH(1,1) de Ordem ARMA(5,3)	44
Tabela 3 - Estimação do Modelo GARCH(1,1) de Ordem ARMA(0,0)	45
Tabela 4 - Teste de Cobertura - IC = 99%	47
Tabela 5 - Teste de Cobertura - IC = 95%	49
Tabela 6 - Estimação do Modelo GARCH(1,1) de Ordem ARMA(3,3)	49

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	6
1.1. Tema	8
1.2. Problema de Pesquisa	8
1.3. Justificativa	9
1.4. Objetivos	9
1.4.1. <i>Objetivo Geral</i>	9
1.4.2. <i>Objetivos Específicos</i>	9
1.5. Metodologia	10
2. MOEDAS E CRIPTOMOEDAS	11
2.1. Origem e Conceito de Moeda	11
2.2. Criptomoedas	13
2.3. <i>Blockchain</i>	17
2.4. Vantagens e Críticas: Embate Acadêmico	19
3. RISCO E VALUE AT RISK	22
3.1. Conceito de Risco	22
3.2. O que é <i>Value at Risk</i> ?	24
3.3. Pressupostos por trás do VaR	26
3.4. Cálculo do VaR	27
4. ABORDAGEM ECONOMETRICA	30
4.1. Econometria de Séries de Tempo e seus problemas	30
4.2. GARCH	33
4.3. Estimação do Modelo GARCH	35
4.4. Resultados Obtidos na Literatura	36
5. APLICAÇÃO DO MODELO	39
5.1. Base de Dados e Algumas Estatísticas	39
5.2. Análise Econométrica e Resultados	42
5.3. Redimensionamento da amostra e teste fora amostral	51
6. CONSIDERAÇÕES FINAIS	53
7. REFERENCIAL BIBLIOGRÁFICO	55
8. ANEXOS	58

1. INTRODUÇÃO

As criptomoedas apresentam características que as diferenciam substancialmente das moedas tradicionais, em especial podemos salientar o fato de serem, a priori, totalmente descentralizadas de um sistema monetário, bem como a evolução tecnológica da criptografia utilizada pela moeda que impossibilita virtualmente seu comprometimento.

Não obstante, ela retrata um desafio conceitual em relação ao que se há de convenção em relação aos sistemas monetários atualmente, pois não é uma moeda lastreada, não possui um respaldo físico (*commodity*), assim como não tem curso forçado por lei. Isso gera questionamentos sobre sua usabilidade e confiança.

A criptomoeda mais conhecida e comercializada atualmente é a BitCoin. É também considerada a primeira moeda digital mundial descentralizada, o que permitiu o ressurgimento do conceito de sistema bancário livre. As transações em BitCoin são realizadas em plataformas eletrônicas sem interrupção, diferentemente da bolsa de valores tradicional, cujo pregão tem horário definido para abertura e fechamento.

Indubitavelmente, um dos grandes questionamentos está no risco de atrelado às operações com BitCoin devido a sua volatilidade. Para considerar como exemplo, a cotação da criptomoeda em 05/07/2013 foi de US\$ 68,43 para 1 BTC, no auge de sua valorização, em 16/12/2017 “fechou a cotação”¹ da unidade do BitCoin em US\$ 19.497,40. No primeiro dia do ano de 2018, o valor da unidade do BTC já havia caído para US\$ 13.657,20, e continuou caindo desde então, sendo que exatamente um ano depois do seu ápice o BTC foi cotado a US\$ 3.252,84.²

O Risco, intuitivamente, pode ser considerado como um mal, algo que desejamos não ocorrer, ou ao menos desejamos minimizá-lo, pois está inerente a

¹ Refere-se aos últimos dados no intervalo (padrão UTC)

² Fonte: <https://coinmarketcap.com/pt-br/currencies/bitcoin/historical-data/?start=20080201&end=20190315>

qualquer atividade humana, das mais simples até as mais complexas, portanto, não deixa de ser diferente nas atividades e transações financeiras. Segundo Bouchaud e Potters (2003), uma das maiores preocupações em todas as atividades humanas modernas é a mensuração e o controle dos riscos.

Existem diversos tipos de risco envolvidos nas atividades mais corriqueiras. No caso, das atividades financeiras, dentre diversos métodos de calcular o risco envolvido, destaca-se o *Value at Risk* (VaR). Sua importância reside na sua própria definição e como ele se propõe a medir o risco.

A utilização do VaR é destacada por Chong (2004) como um instrumento (medida) capaz de substituir diversas formas de risco, em especial o de mercado, sendo amplamente utilizado por bancos e fundos em todo o mundo. Além disto, o VaR desperta a necessidade de desenvolvimento de ferramentas e técnicas matemáticas.

Uma intensa busca por modelos de estimação do VaR, esbarrou, principalmente, em problemas ligados a quebra dos pressupostos clássicos da econometria, considerando que se tratam de estimações de séries de tempo. Neste aspecto, a adoção de um modelo mais robusto como o GARCH, proposto por Bollerslev (1986) geraria grandes benefícios a estimação do VaR, o que torna mais precisa a utilização deste instrumental na previsão e gestão de risco.

O objetivo deste trabalho é analisar o comportamento da criptomoeda Bitcoin em relação ao risco oferecido, através de um método que estabelece um valor de perda nestas operações, o *Value at Risk*. Para tal, se faz necessário revisitar a teoria sobre Moeda e Criptomoeda, assim como sobre o VaR, que serão detalhados nos demais capítulos, conforme segue a estrutura. Inicialmente serão apresentados os elementos essenciais à elaboração deste trabalho em especial seus objetivos.

O Capítulo 2 condensará de forma breve um apanhado histórico da evolução e do conceito de moeda até as criptomoedas, suas particularidades, operacionalização, benefícios e entraves, bem como se encontra o debate sobre as moedas virtuais na academia. No Capítulo 3 serão reexaminados os conceitos de Risco e *Value at Risk*, quais as hipóteses deste instrumento e como é realizado seu cálculo.

O Capítulo 4 se destina a sintetizar os principais problemas encontrados em séries de tempo, problemas estes que são relevantes para garantir ou não a eficiência na estimação do *Value at Risk*. Também será apresentado formalmente o modelo proposto por Bollerslev (1986) e a que se propõe. Além de demonstrar uma estruturação do modelo GARCH para estimar o VaR, apresenta-se também uma revisão da literatura empírica sobre a estimação do *Value at Risk* através de modelos GARCH e seus resultados.

A análise empírica será apresentada no Capítulo 5 com a aplicação de um modelo GARCH de *Value at Risk* obedecendo uma lógica metodológica com base na literatura, para identificar a volatilidade e perda máxima numa aplicação de BitCoin, considerando a base de dados obtida.

Por fim, serão apresentadas as Considerações Finais ao trabalho seguido pelo Referencial Bibliográfico e Anexos.

1.1. Tema

Quantificação de Risco em Finanças: BitCoin sob a avaliação do *Value at Risk*

1.2. Problema de Pesquisa

Considerando as características das criptomoedas e a incerteza/risco quanto ao sucesso de determinados investimentos e a grande quantidade de instrumentais para medição do risco, inclusive diferentes metodologias do *Value at Risk*, faz-se necessário a obtenção de, ao menos, uma metodologia razoavelmente confiável e precisa deste indicador, para o gerenciamento de risco e a tomada de decisão em transações financeiras pelos agentes econômicos.

1.3. Justificativa

O tema é relevante para diversas áreas do conhecimento, especialmente na área de finanças, considerando as transformações impostas pelo surgimento de uma moeda virtual que por característica é descentralizada de qualquer imposição legal e que o Risco é um problema inerente a qualquer atividade humana, o que requer sua identificação, mensuração, diagnóstico e avaliação para a tomada de decisão do agente. Pretende-se, portanto, apresentar o método *Value at Risk* que é bastante utilizado para quantificar o risco de mercado como suporte para identificação da viabilidade de investimentos através de um modelo econométrico específico que permite uma maior acurácia, robustez e eficiência ao indicador.

1.4. Objetivos

1.4.1. Objetivo Geral

Investigar a eficiência do Método *Value at Risk* através do instrumental econométrico GARCH aplicado ao BitCoin.

1.4.2. Objetivos Específicos

- Revisar a Teoria da Moeda e as novas implicações oriundas do surgimento da Criptomoeda
- Adotar um conceito de Risco e qual a função da Gestão de Risco
- Revisar a literatura sobre Value at Risk
- Apresentar a abordagem GARCH
- Identificar um conjunto de trabalhos que utilize o método como referência
- Aplicar a técnica econométrica em uma série histórica do BitCoin para medição do VaR e sua acurácia.

1.5. Metodologia

A metodologia utilizada neste trabalho será a revisão bibliográfica através de pesquisa de trabalhos realizados sobre *Value at Risk* e o Modelo GARCH. As fontes utilizadas serão Artigos Científicos, Livros, Dissertações e Teses de Doutorado sobre a temática, em especial as abordagens realizadas por diversos autores quanto à estimação do VaR através de modelos GARCH.

2. MOEDAS E CRIPTOMOEDAS

2.1. Origem e Conceito de Moeda

A história humana é também uma história das relações de trocas feitas pela sociedade. Inicialmente, as relações comerciais eram realizadas pelos povos nas economias primitivas através do Escambo, ou seja, pela troca direta entre os excedentes de produção de uma comunidade com a outra. Havia, portanto, a necessidade de compatibilização dos desejos de ambas as comunidades que, caso não ocorresse frustrava a comercialização.

Não obstante, outros bens serviram por muito tempo como “moeda-mercadoria”, a exemplo do sal na Roma antiga, devido a sua escassez. É importante salientar que, neste momento, com a moeda-mercadoria, foi possível dissociar o processo de troca no tempo e do espaço, uma revolução extremamente importante para o desenvolvimento dos comércios.

A Moeda, como conhecemos atualmente, teve suas bases fundadas provavelmente no século 8 a.c. segundo Galbraith (1975, *apud* BAIN e HOWELLS, 2009), com a conversão do metal em moedas.

Basicamente, os principais metais utilizados neste processo eram o Ouro, a Prata e o Cobre, e nesta ordem refletem o grau de desejo pela moeda, ou seu “valor”, sendo o Ouro o mais valorizado. Os metais foram utilizados especialmente por algumas boas características, tais como sua relativa escassez, pelo fato de serem duráveis e mais resistentes a ação do tempo e por serem divisíveis em relação ao peso (LOPES e ROSSETTI, 2005).

Isto remete ao conceito do que é e das características/funções da moeda. Em senso comum, podemos afirmar que a moeda é a parte mais líquida da riqueza, aquilo que pode ser trocado por bens e serviços de forma rápida. Portanto, as propriedades básicas da moeda são a de servir de meio de pagamentos e/ou meio de trocas, como mecanismo de permitir a realização do desejo ou demanda de

determinado bem ou serviço. Consequência do fato da moeda ser, também, Unidade de Conta, o que implica na condição de ser uma referência pelo qual as mercadorias são cotadas, e por fim a moeda é também reserva de valor pois ela preserva o poder de compra ao longo do tempo.

Ainda, segundo Bain e Howells (2009), essa ideia da moeda metálica, reforça a ideia da presença física do dinheiro nas transações, enquanto que a moeda-mercadoria traz um caráter mais abstrato à moeda por quanto qualquer outro bem possa servir potencialmente como moeda.

Devido a necessidade da presença física do dinheiro, surgiram na idade média os primeiros bancos, cuja função básica era de guarda dos numerários de seus proprietários e a emissão de “papéis” equivalentes à “riqueza” guardadas em suas dependências. Esses papéis, que nada mais eram do que recibos de depósitos, passaram a servir como meios de troca, o que culminou com o surgimento da moeda-papel e posteriormente o papel-moeda com lastro em alguma commodity, principalmente o Ouro.

Este é um importante acontecimento, pois permitiu o surgimento do crédito, conforme Bain e Howells (2009). Podemos dizer que a aquisição dos bens ou serviços não é baseada frequentemente na transferência de dinheiro, mas sim na promessa de pagamento posterior. Isto implica que o comprador fica endividado, geralmente recebendo crédito do vendedor, de um banco ou de algum outro intermediário financeiro.

Com a criação de moeda na forma escritural e a liberação de crédito pelos bancos, na metade do século XIX, verificou-se a necessidade de ter uma padronização da medida do valor como nas moedas-mercadorias, surgindo assim o Padrão-Ouro, que nada mais era do que estabelecer legalmente a conversibilidade do papel-moeda em ouro. Este movimento durou até o início da década de 1920, onde a moeda passou a ter curso forçado sem lastro a nenhuma commodity.

Na década de 1940, após a segunda grande guerra, foi assinado o Acordo de Bretton Woods, que previa, dentre outras coisas, um alinhamento da política monetária dos países à uma indexação cambial (fixa) ao dólar americano, e o governo americano garantiria por sua vez que o dólar, lastreado em ouro, poderia ser convertido. Esse tratado durou até 1973 quando não mais suportando a pressão das

conversões em ouro, mudou-se de um regime de câmbio fixo para câmbio flutuante, consequência de um aumento da mobilidade internacional do capital. Não obstante, o dólar ainda permaneceu forte, sendo uma moeda de padrão internacional, porém, sem lastro a ouro desta vez.

Em resposta a força do dólar americano e ao fim do acordo de Bretton Woods, boa parte da Europa estabeleceu o curso de uma moeda única europeia com a finalidade de garantir uma melhor gerencia macroeconômica e monetária. Assim, na década de 1990, verifica-se que ocorreram escolhas variadas pelos diversos países diante do novo cenário do sistema financeiro mundial, conforme constatação feita por Pereima e Curado (2012).

“A escolha dos regimes cambiais é uma evidência concreta deste caráter mais regional do que global de funcionamento do SMI nos anos 1990. Assim, enquanto Estados Unidos e Japão optaram por regimes flutuantes, Europa e um conjunto de países emergentes latino-americanos e do sudeste da Ásia experimentaram regimes de administração do câmbio, com destaque para o uso de sistemas de bandas cambiais. A década de 1990 cristaliza a tendência, verificada desde o colapso de Bretton Woods, de coexistência de diversos regimes de câmbio, ainda que se verifique uma clara tendência de ampliação no uso de regimes de câmbio flexíveis” (PEREIMA e CURADO, 2012 p. 20).

2.2. Criptomoedas

Há algum tempo já convivemos com o que se chama de moedas virtuais. Um exemplo delas são as milhagens, obtidas em programas de relacionamentos de companhias aéreas ou os programas de pontos e benefícios de diversos cartões de créditos.

Uma definição concisa de Criptomoeda é apresentada por Chu *et al* (2017, p.1) como “[...] *a digital asset designed to work as a medium of Exchange using cryptography to secure the transactions and to control the creation of additional units of the currency*”.

Depois da Crise financeira, em 2008, muitos questionaram-se sobre o fim do modelo bancário existente e se as “leis” da economia ortodoxa estavam em xeque mate. Diversos pesquisadores, especialmente da área de tecnologia da informação, desenvolveram pesquisas em Criptomoedas como uma forma de alternativa aos cenários da crise.

No mesmo ano da crise, o artigo semanal de Nakatoshi (2008) estabeleceu as bases para um sistema descentralizado de pagamentos eletrônico, mais conhecido como BitCoin, que movimentou cerca de US\$ 6 trilhões até início de 2018³. O gráfico a seguir, mostra a cotação diária do BTC⁴.

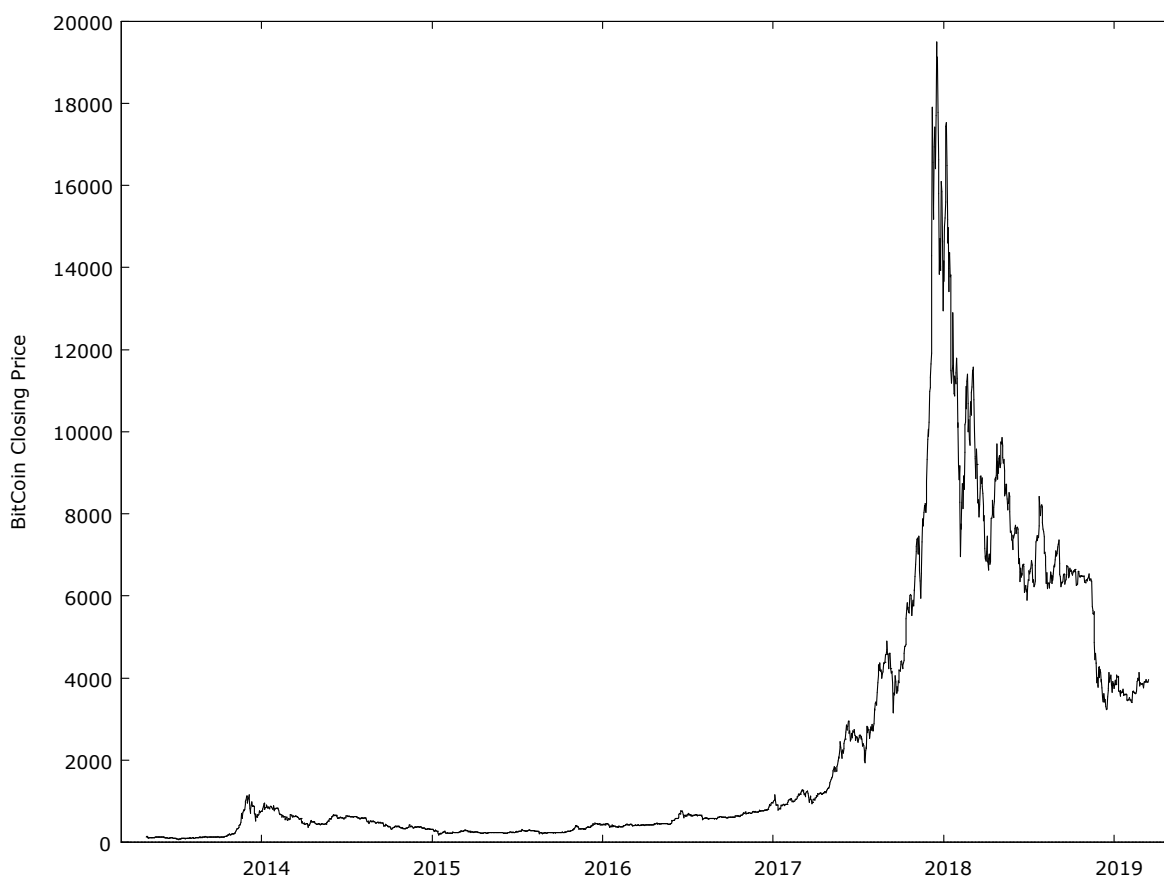


Gráfico 1 - Cotação do BTC em US\$ 28/04/2013 - 15/03/2019

Fonte <https://coinmarketcap.com/pt-br/currencies/bitcoin/historical-data/?start=20080201&end=20190315>

³ <https://portaldobitcoin.com/bitcoin-movimentou-us-6-trilhoes/> acessado em 12/02/2019 as 08:30

⁴ Sigla para BitCoin

Em termos simples, o BitCoin é um meio de pagamento e de transações financeiras descentralizado, sem a interferência de uma entidade ou banco central, totalmente virtual que utiliza criptografia e uma técnica chamada de *blockchain*⁵, entre outras, para garantir a segurança nas transações e no seu armazenamento nas “carteiras virtuais”.

As questões basilares são: como a Criptomoeda, sem algum lastro, tem valor? De onde vem o dinheiro? Furneaux (2018), responde com um relato histórico da ilha de Yap, localizada no Pacífico na região da Micronésia. Desde o século 13, sabe-se que a moeda local era um tipo específico de pedra, cujo tamanho variava entre 3,5 centímetros até 4 metros de diâmetro, num formato que lembra uma rosquinha, e foram chamadas de moedas Rai. O ponto central é que estas pedras não são naturais da ilha de Yap e estão localizadas em outras ilhas, a exemplo de Palau, que fica aproximadamente a 450 km de distância. Portanto, os “Yapenses” vão até as ilhas, coletam ou mineram as pedras e as transportam de volta a ilha de Yap.

Grosso modo, é esse o mesmo processo para as Criptomoedas, inclusive o BitCoin. As moedas novas são resultantes da “mineração” dos dados dos blocos de informações criptografadas, ou seja, do conjunto de ações realizadas para validar e processar as transações de uma moeda digital, com o intuito de encontrar a chave que criptografa os blocos, chamadas de “*hash*”.

“Although Bitcoin miners, for example, are not chartering a ship and crossing oceans, they must spend real money on expensive, specialized custom ASICs (application specific integrated circuits) capable of carrying out trillions of calculations a second. They must then spend money on providing considerable amounts of electricity for running the computers and keeping them cool. Just like their stone counterparts, it’s difficult and expensive to mine cryptocurrency coins, which gives them a perceived and generally agreed value due to their scarcity and the fact that eventually Bitcoin will “mine out,” where all coins will be mined and no more can be produced.” (Furneaux, 2012 p. 5).

⁵ O Blockchain será conceituado e discutido na seção a seguir.

Conforme explicitado, a mineração de moeda é o processo de criação e gerenciamento pelos próprios usuários, através de seu próprio aparato computacional, com o objetivo de desvendar o código do bloco “vigente” da criptomoeda. É esse processo de mineração que estabelece qual criptomoeda tem mais valor do que a outra.

Além disto existe um custo relativamente alto para realizar a mineração e isso refere-se à tecnologia (hardwares e softwares) envolvida, bem como o custo de energia. No Brasil, por exemplo, estima-se que o custo para minerar é de aproximadamente US\$ 6.800,00⁶ (em março de 2018).

Importante esclarecer dois pontos sobre a mineração: o primeiro é que se trata de uma corrida, pois diversos usuários estão tentando decodificar o bloco “vigente” ao mesmo tempo. Atualmente, a recompensa para o êxito na decodificação do bloco é de 12,5 BTC para o usuário, com previsão de cair para 6,25 BTC em maio de 2020⁷. O segundo aspecto é que os custos de decodificação tendem a aumentar, devido à dificuldade de mineração que aumenta, conforme previsto pelo próprio Nakamoto (2008), nas regras estabelecidas para o BitCoin.

Uma dúvida relativamente constante é sobre a lucratividade no processo de mineração, existem calculadoras específicas em diversos sites que estabelecem o quão lucrativo ou não pode ser esse processo, considerando diversos fatores, tais como: 1) *Hash Rate* ou quantos cálculos o computador faz por segundo, isto está intimamente ligado ao Hardware utilizado; 2) A recompensa por bloco decifrado; 3) Dificuldade de Mineração; 4) Custo com eletricidade e o Consumo de Energia; 5) *Pool Fees*, que são as taxas cobradas quando há a junção de esforços de um grupo para decifrar o código; e 6) A própria cotação do BitCoin em alguma outra moeda real.

Não obstante, existe outra forma de adquirir a criptomoeda por meio de troca comercial pela internet. Funciona relativamente como na Bolsa de Valores, seguindo, conforme já estabelecido por Nakamoto (2018) um atendimento às leis de oferta e demanda, o que ocasiona sempre flutuações no preço do BTC, assim como a torna sujeita à “inflacionamentos” devido a relação entre os custos de obtenção, as recompensas e a própria demanda pela moeda.

⁶ <https://portaldobitcoin.com/quanto-custa-minerar-um-bitcoin/> acessado em 10/02/2019 as 18:50

⁷ <https://livecoins.com.br/bitcoin-vai-se-tornar-menos-inflacionario/> acessado em 10/02/2019 as 18:45

2.3. *Blockchain*

Nos modelos mais usuais de verificação e confirmação de transações é utilizado uma figura centralizadora das informações. Em termos práticos, temos que um determinado agente é o responsável por garantir que determinada transação foi realizada, isso significa que o agente denota de confiança e autorização legal.

Dois exemplos bem comuns da nossa vida cotidiana podem ser colocados em exposição: são os casos dos cartórios de registro e dos bancos. Uma compra e venda de um imóvel exige a autenticação (registro) pelo agente, onde o imóvel está registrado, bem como a efetivação de uma transferência entre contas é garantida e pode ser confirmada pelo(s) banco(s) envolvido(s).

Em ambos os casos um agente centraliza a informação e detém o poder de efetuar e garantir a guarda das informações nelas contidas. Não obstante, até pelo que foi proposto por Nakatoshi (2008), a BitCoin é uma moeda na qual não existe um ente centralizador e/ou validador das transações efetuadas, e isso só foi possível devido ao desenvolvimento da tecnologia do *Blockchain*.

O *Blockchain*, segundo Franco (2014), é o que permite a distribuição (transações) de moedas digitais de usuário a usuário. A figura 1, transmite de forma mais fácil como é o formato de uma rede (ou sistema) de registro de transações.

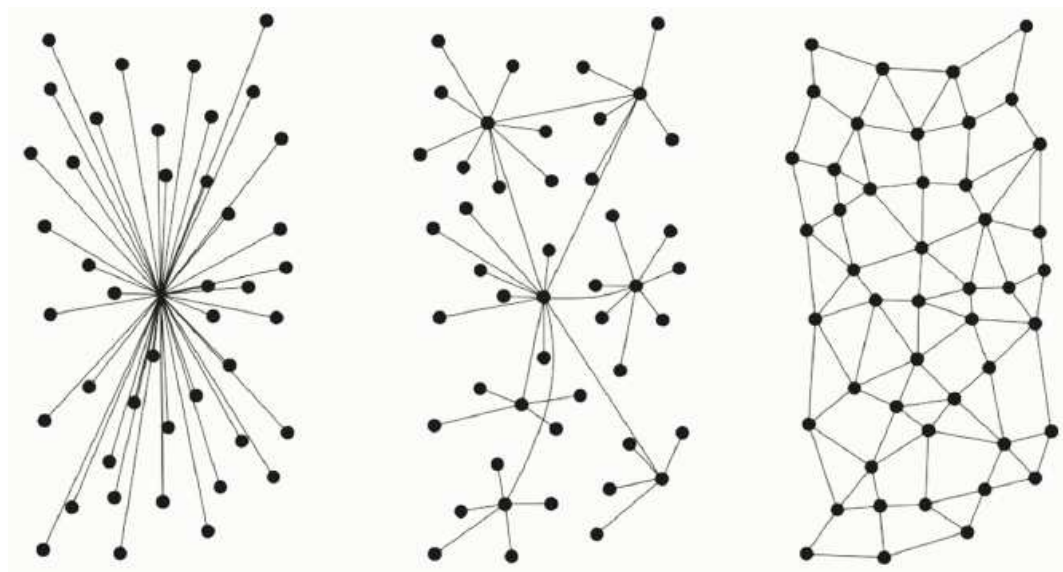


Figura 1 - Formatos de Sistema de Rede

O primeiro formato é do tipo centralizado. Nele é possível ver que todos os integrantes desta rede estão ligados a um único ponto e este ponto valida e confere legitimidade às transações efetuadas. A segunda figura corresponde a um modelo descentralizado, onde as validações são feitas por “*nodes* próximos” de onde a transação foi realizada. Já no terceiro formato a validação é feita por todos os integrantes da rede, considerando que todos estão interconectados entre si, ou seja, a verificação da transação é aberta e acompanhada por todos os usuários, e isto é fundamental para perceber como os custos de transações se tornam baixos e atraem cada vez mais usuários.

Basicamente existem quatro passos para o entendimento do *Blockchain*. Trata-se de uma base de dados distribuída, conforme já demonstrado anteriormente, onde cada usuário tem acesso à informação, sem sobre ela deter algum poder de manipulação, com o objetivo de ver seu histórico (registros) sem a necessidade de um intermediário.

O *Blockchain* permite que as transações sejam realizadas diretamente entre os usuários (*peer-to-peer*). Garante a transparências da informação, seu pseudonimato ou o próprio anonimato. Toda a transação e o seu valor é visível para qualquer um com acesso ao sistema, e os usuários são identificados por um código alfanumérico de 30 caracteres, dando a opção ou não ao usuário de identificar-se.

O quarto aspecto importante diz respeito à irreversibilidade da informação registrada. Cada bloco de informação adicionado à cadeia de registro contém o *Hash* que a conecta com o bloco imediatamente anterior e com os demais ao longo da cadeia. Isso torna virtualmente impossível quebrar a cadeia para falsear uma transação.

Além disto, as validações são feitas por consenso maioritário (50% mais um), ou seja, a transação é validada a partir do momento em que mais da metade dos *nodes* ligados à rede validam a *Hash* e o Bloco. Isso dificulta exponencialmente a possibilidade de invasão ou hackeamento, considerando que para tal procedimento ser feito mais da metade dos *nodes* deveriam ser hackeados.

Essa tecnologia pode ser aplicada em diversos ramos e não somente para o registro de transações de moedas virtuais, a figura a seguir mostra algumas possibilidades de aplicações, distinguindo-as entre área financeira e não financeira.

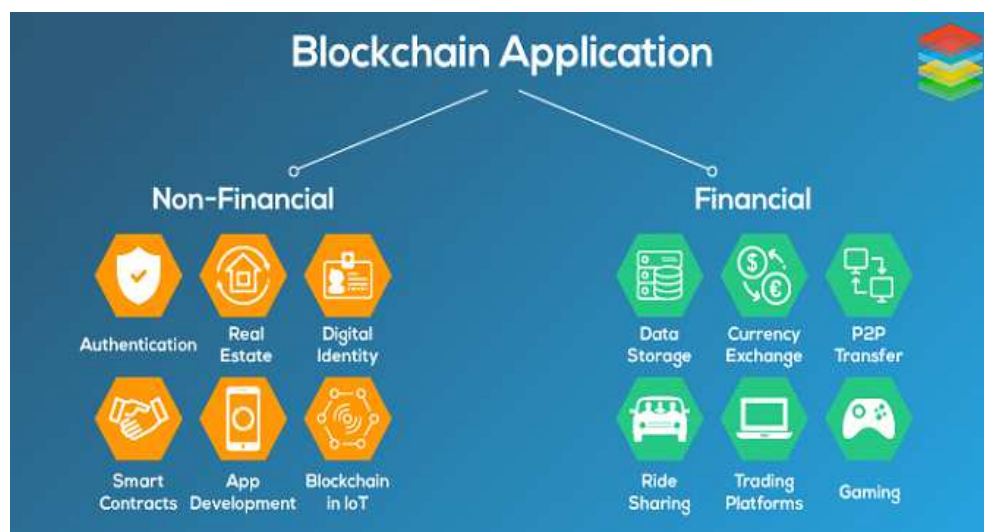


Figura 2 - Possibilidades de uso do Blockchain⁸

2.4. Vantagens e Críticas: Embate Acadêmico

Como já esclarecido, a moeda possui certas propriedades e uma das discussões acadêmicas é se de fato as Criptomoedas são moedas. Além das propriedades já citadas, como servir de meio de trocas/pagamentos, unidade de conta e reserva de valor, algumas características são importante e decorrem dessas propriedades, como a escassez, ser divisível, fungível, durável e de fácil armazenamento, bem como ser portátil e difícil de falsificação.

Neste aspecto, considerando a BitCoin, é interessante perceber que ela atende todas as propriedades e características de uma moeda convencional. Talvez o ponto mais controverso seja, de fato, a propriedade de unidade de conta, dada a sua volatilidade em relação a qualquer moeda fiduciária. No entanto, ela é escassa, pois sua quantidade é limitada a 21 milhões de BTC, serve como meios de pagamento e de troca, é uma reserva de valor, divisível e fungível, durável e pode ser facilmente armazenada na carteira virtual do usuário e é muito bem protegida contra falsificação.

Uma vantagem do BitCoin é a independência do horário comercial dos bancos. O usuário pode fazer as transações a qualquer momento independentemente se é dia útil ou não. A facilidade e transparência na movimentação também é um atrativo à sua utilização, além de ter custo transacional quase nulo, o que pode garantir

⁸ Obtido em: <https://coinrevolution.com/pt/o-que-pode-fazer-um-blockchain/> acessado em 05/05/2019 as 14:50

vantagens competitivas no uso da moeda. Talvez, senão o mais importante, está na baixíssima probabilidade desta moeda ser falsificada, graças ao *Blockchain* que invalidaria qualquer tentativa de burlar os códigos de validação dos blocos de informação da moeda que está sendo transacionada.

Algumas desvantagens desta moeda virtual referem-se ao nível de aceitação da moeda. Apesar de ser uma moeda que percorre todo o globo, ainda não é aceita pela maioria das empresas e/ou pessoas como meio de pagamento para seus bens e serviços. Mas isto, a princípio, pode-se considerar como uma condição da ainda não expansão generalizada da moeda, um dos seus preceitos é de que quanto mais usuários a possuírem maior será sua atratividade.

A volatilidade também é um dos grandes problemas que está atrelado à BitCoin, como já mencionado. Isso prejudica não só as funções dela como moeda de reserva de valor e unidade de conta, como também ao fato de desestimular usuários mais conservadores a terem essa moeda para realizar suas transações.

Krugman (2013) revela-se profundamente desconfiado de que a BitCoin realmente funcione enquanto moeda, “To be successful, money must be both a medium of exchange and a reasonably stable store of value. And it remains completely unclear why BitCoin should be a stable store of value.”

Em artigo publicado no NYTimes⁹, o Nobel de Economia Shiller (2017), ressalta que “[...] *the Bitcoin market is a marvelous case study in ambiguity and animal spirits. It is providing invaluable information about [...] public acceptance, imagination, and innovation surrounding cryptocurrencies.*” Por fim conclui que “*But it isn’t grounded in solid economics. No wonder the Bitcoin market has been so chaotic.*”

Na prática, ou seja, no dia a dia do mercado, as opiniões entre os agentes também são diversas. Enquanto George Soros se prepara para negociar Criptomoedas, lembrando que ele em agosto de 2017, tornou-se o primeiro grande varejista a aceitar moedas digitais¹⁰, o Warren Buffett diz que o “*Bitcoin has no unique value at all*”¹¹.

⁹ <https://www.nytimes.com/2017/12/15/business/bitcoin-investing.html> Acessado em 15/02/2019 as 20:55

¹⁰ <https://www.bloomberg.com/news/articles/2018-04-06/george-soros-prepares-to-trade-cryptocurrencies-as-prices-plunge> Acessado em 11/05/2019 as 10:35

¹¹ <https://www.cnbc.com/video/2019/02/25/warren-buffett-bitcoin-has-no-unique-value-at-all.html> Acessado em 11/05/2019 as 10:40

Os grandes bancos comerciais e de investimento estão se mantendo distantes das moedas virtuais, especialmente depois que elas desabaram no final de 2017, na contramão deste pensamento, o Banco Goldman Sachs anunciou no início de 2019 que abrirá operações com bitcoins na bolsa de valores, conforme posicionamento do banco o risco relacionado ao mercado de BitCoins “[...] *is not a new risk that we don’t understand, [...] It is just a heightened risk that we need to be extra aware of here* [...]”¹²

Existem diversos países que proíbem total ou parcialmente as operações com BitCoins, desde casos como do Equador que proíbe o uso de BitCoin, pois tenta implantar sua própria criptomoeda, passando pela China que proíbe que transações com BitCoins sejam realizadas por Instituições Financeiras, mas não inibe que as mesmas sejam feitas por pessoas físicas, até o caso de Bangladesh que pune com pena de até 12 anos de prisão pessoas que pratiquem essas transações.¹³

No Brasil, ainda não existe regulamentação sobre as transações de moedas virtuais, o projeto de Lei 2303/2015 está ainda tramitando no congresso nacional aguardando votação e versa sobre a fiscalização e regulação das moedas virtuais e programas de milhagem, primordialmente no que toca ao papel do Banco Central e órgãos relacionados ao monitoramento e detecção de lavagem de dinheiro e financiamento de atividades ilícitas, bem como na defesa do consumidor.

Conforme já adiantou, em março de 2018, o então presidente do BACEN, por hora não haverá regulação do mercado de moedas virtuais no Brasil, não obstante o mercado e as ações dos outros países serão monitoradas em relação as criptomoedas¹⁴. No final do ano anterior à esta declaração, o Banco Central do Brasil já havia emitido comunicado alertando sobre os riscos decorrente dessas operações.¹⁵

¹² <https://www.nytimes.com/2018/05/02/technology/bitcoin-goldman-sachs.html> Acessado em 11/05/2019 as 10:38

¹³ <https://www.portaldoblockchain.com.br/quais-paises-proibiram-o-uso-de-bitcoin-por-que/> Acessado em 11/05/2019 as 10:30

¹⁴ <https://economia.estadao.com.br/noticias/geral,ilan-descarta-regular-bitcoin-neste-momento-mas-diz-que-pais-vai-monitorar-criptomoeda,70002233415> Acessado em 11/05/2019 as 10:32

¹⁵ <https://www.bcb.gov.br/estabilidadefinanceira/exibenormativo?tipo=Comunicado&numero=31379> Acessado em 11/05/2019 as 10:55

3. RISCO E VALUE AT RISK

3.1. Conceito de Risco

Na literatura existe um certo consenso quanto ao conceito de Risco que o vincula indubitavelmente quanto à incerteza do resultado de determinada ação realizada para um objetivo específico. Isso significa que há um caráter probabilístico no conceito de Risco.

Segundo Choudhry (2006), qualquer compromisso ou transação que leva um elemento de incerteza quanto ao seu resultado futuro carrega um elemento de risco consigo.

A gestão do risco não é algo novo e remonta a 3.200 anos a.c., conforme Covello e Mumpower (1985, *apud* MOLAK, 1996), na mesopotâmia um grupo de estudiosos, chamados de Asipu, davam consultoria para a tomada de decisão dos cidadãos da comunidade. Outros como, Hipócrates (século 4 a.c.), Vitruvius (século I a.c.) e Agricola (século XVI d.c.) verificaram correlações entre agentes externos e a saúde humana.

Somente a partir do século XVII e XVIII d.c., com o desenvolvimento da teoria da probabilidade iniciada por Cardano (1501 - 1576) e Blaise Pascal (1623 - 1662), é que este ramo da ciência se tornou a pedra fundamental da moderna teoria do risco e a concedeu um perfil metodológico e científico. Notadamente foram expoentes Edmond Halley em 1693 com a tabela de expectativa de vida, Laplace em 1792 que relacionou a probabilidade de óbito entre vacinados e não-vacinados contra varíola, entre outros.

Não obstante, concomitante ao desenvolvimento da teoria da probabilidade, estavam, em desenvolvimento, o capitalismo e as novas variáveis relevantes no momento, como liquidez e taxa de juros. Exigiam o desenvolvimento de técnicas matemáticas ligadas a probabilidade e a contabilidade para o gerenciamento dos recursos e seus riscos envolvidos.

Dentro de uma visão macro, Molak (1996) traz que a análise de risco pode ser definida como um corpo de conhecimento (ou métodos) com o objetivo de avaliar (mensurar) e extrair informações de “efeitos adversos” de um agente em um determinado processo.

A estes efeitos, cujo objeto e análise dependem do ponto de vista do observador, foram dadas classificações por tipologia, ou seja, há diversos tipos de risco que estão envolvidos nas mais diversas atividades humanas. Ao tratar de risco em atividades ligadas ao setor financeiro e capital, os principais tipos de riscos abordados, segundo Jorion (2007), complementado por Chong (2004) e Choudhry (2006) são:

- Risco de Mercado: Relacionado à flutuação (mudança) nos preços (ou preços relacionados) de instituições ou fundos de portfólio no mercado financeiro, são preços relacionados, a taxa de juros e câmbio, por exemplo;
- Risco de Crédito: É o risco da não realização do retorno do investimento (e seu lucro), devido ao calote dado pelo tomador do crédito;
- Risco de Liquidez: Pode ser considerado como o risco inerente a possibilidade de, por exemplo, o Banco não possuir em caixa capital suficiente para o efetivo atendimento aos compromissos vigentes assim que são demandados. Em outro caso, pode ser visto como a impossibilidade de realizar compra ou venda devido de ativos quando requerido devido a fragilidade do mercado de ativos em possibilitar negociações justas e eficientes;
- Risco Operacional: Conforme BIS¹⁶ (2012, *apud* Chong, 2004) é o risco de perda relacionado a falha em processos, de recursos humanos e/ou de sistemas, além de alguns eventos externos;
- Risco de Reputação: Também conhecido como risco de imagem, está vinculado a reputação do agente/instituição, sua tradição, qualificação das pessoas que nela trabalha, suas práticas. Ou seja, são os riscos de

¹⁶ BIS – Bank for International Settlements (Banco de Compensações Internacionais)

perda decorrentes da percepção desfavorável em relação a imagem da instituição.

Conforme observado, estes não são os únicos riscos existentes, mas de cada um deles decorrem diversos outros tipos de risco, tais como: Risco legal, Risco Soberano, Risco de Moeda, e também o Risco de Modelo, que decorre de problemas decorrentes da má especificação do modelo, de suposições questionáveis ou que não reflitam de forma precisa ao comportamento do mercado e causam perdas ao agente.

É imperativo que haja o conhecimento e gerenciamento destes riscos para minimizar a chance de insucesso da atividade. No caso, das atividades financeiras, dentre os diversos métodos de calcular o risco envolvido, destaca-se o *Value at Risk* (VaR) e conforme objetivos deste trabalho avaliar sua eficiência através de um modelo específico de estimação é uma forma de reduzir ou minimizar o Risco de Modelo.

3.2. O que é *Value at Risk*?

Value at Risk (VaR) ou Valor em Risco é uma medida de risco que indica o *quantum* monetário e em um determinado período de tempo e a um certo nível de confiança será a perda máxima ao se manter determinado investimento.

Nas palavras de Jorion (p. 17, 2007) “*VAR summarizes the worst loss of a portfolio over a target horizon with a given level of confidence.*”.

Outra definição bastante similar é dada por Alexander (p. 13, 2009), Valor em Risco “[...] *is a loss that we are fairly sure will not be exceeded if the current portfolio is held over some period of time.*”.

Enquanto Choudhry (2006) conclui que o VaR mede essencialmente o quão volátil é um ativo, e mais, que este indicador leva em consideração a correlação entre diversos ativos dentro de um portfólio global.

Gregoriou (2010) considera o VaR “[...] *as a measure of downside risk. It is a measure of the left tail risk of a financial series. Value at risk is the maximum amount of loss that can happen over a given horizon at a certain confidence level.*”.

Em comum a estes conceitos estão uma informação importante, o VaR possui dois parâmetros: 1) o nível de significância α ou confiança $1 - \alpha$ e 2) de um período de tempo, também chamado de horizonte de risco, h .

Alexander (2009), esclarece basicamente que o nível de significância será relativamente subjetivo. Sua definição será dada pelo analista (ou, instituição que deseja o cálculo do VaR), no entanto, como aponta a autora, o Acordo de Basiléia II estabeleceu que os bancos devem calcular seu VaR para risco de capital exigido no mercado a um nível de significância de 1%, isto é um nível de confiança de 99%. Como o α depende da aversão ao risco do usuário, quanto mais conservador for o agente, menor será o α estabelecido.

Portanto, deste modo, o VaR representará o quantil da distribuição projetada de ganhos e perdas sobre o horizonte temporal estabelecido, isso implica que em um nível de confiança estabelecido c , o VaR corresponderá ao nível inferior da cauda, e tal perda será expressa, por convenção, em valores positivos (JORION, 2007).

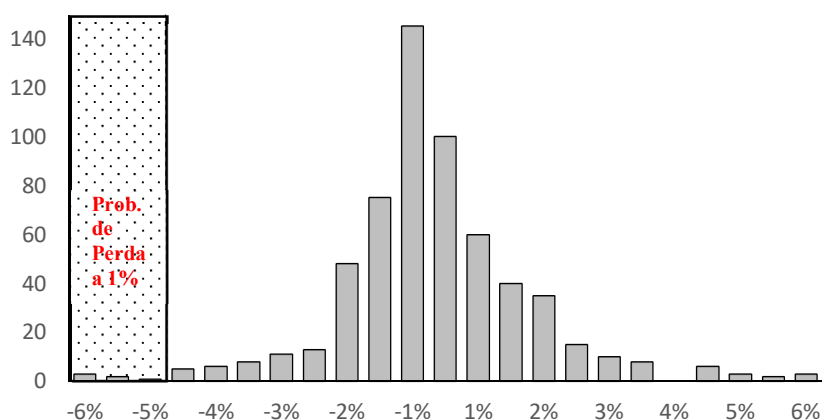


Gráfico 2 - Distribuição de Probabilidade para rendimentos mensais de um ativo
Fonte: Adaptado de Jorion (2007)

Conforme gráfico 2, considerando um nível de confiança de 99%, a perda encontra-se na “calda inferior esquerda” dos 1% dos resultados obtidos, neste caso a probabilidade de perder seria de aproximadamente 4,6% para 1 mês a 99% de confiança. Porém, o VaR também pode ser fornecido como uma medida ou uma unidade monetária qualquer, isto o torna mais compreensível. Por exemplo, ao estimar o VaR para um ativo X, obtém-se como resultado R\$ 3.000,00 para 1 dia a 95% de

confiança. Essa facilidade intuitiva do VaR permite uma maior acessibilidade para o público geral.

Formalmente, assumindo que F é uma Função de Distribuição Acumulada de rendimentos o VaR pode ser definido como $F(VaR) = \alpha$, onde α é a probabilidade correspondente para o nível de confiança especificado, para um nível de confiança de 99%, $\alpha = 1\%$, ao se utilizar uma função de densidade dos rendimentos f , o VaR poderá ser definido por $\alpha = \int_{-\infty}^{VaR} f(x)dx$ (GREGORIOU, 2010).

3.3. Pressupostos por trás do VaR

Apesar de ter um resultado de fácil compreensão e intuitivo, o *Value at Risk* exige algumas suposições essenciais para que seja realizado seu cálculo. Basicamente esses requerimentos se devem à natureza dos dados. Segundo Allen, Boudoukh e Saunders (2009) os pressupostos necessários para o cálculo do VaR são:

- Estacionariedade (*Stationarity*): Implica em dizer que uma flutuação qualquer, por exemplo de 1%, nos retornos é igualmente capaz de ocorrer em qualquer momento. Isto é, conforme Wooldridge (2006) são as séries temporais que apresentam distribuições de probabilidade são estáveis ao longo do tempo;
- Passeio Aleatório (*Random Walk*): Este pressuposto está relacionado com a anterior, significa que há imprevisibilidade intertemporal, ou seja, os retornos dia-a-dia são independentes, não há “informação” relevante disponível no tempo t , que possa auxiliar a prever o preço em $t + 1$;
- Não Negatividade (*Non-negativity*): Corresponde à premissa de que normalmente os ativos financeiros não podem assumir valores negativos;
- Consistência Temporal (*Time Consistency*): Indica que todas as hipóteses para um único período permanecem os mesmos durante o horizonte de tempo.

- Distribuição Normal (*Normality*): Esse é um pressuposto padrão de séries de tempo e em finanças, ativos com retornos normalmente distribuídos podem ser analisados de forma mais fácil, matematicamente e computacionalmente falando. A noção de normalidade proposta por Gauss (1777 - 1855) é importantíssima para a estatística porque descreve adequadamente o “comportamento” da população. O Teorema do Limite Central de LaPlace é a prova de que a média ou o somatório de variáveis aleatórias independentes convergem à uma distribuição normal quando o número de observações tende à população (JORION, 2007).

3.4. Cálculo do VaR

Na definição chave de *Value at Risk* tem-se como um indicador da pior perda de uma carteira durante um período e a um nível de confiança determinado. Isto implica, como já mencionado, que adotado um nível de confiança c , a probabilidade de que a Perda L seja maior que o VaR é menor ou igual a $1 - c$, formalmente:

$$P(L > VaR) \leq 1 - c$$

Para calcular o VaR é possível seguir alguns passos, quase como um algoritmo, Jorion (2007) estabelece um exemplo simples para executá-lo: Objetiva-se calcular o VaR de uma carteira de R\$ 100 mil para 10 dias à uma confiança de 99% e uma variabilidade de 15% a.a.

Dado o valor da carteira, o segundo passo é ajustar o horizonte temporal, considerando a volatilidade (que está em anos) e a quantidade de dias úteis (*trading days*), que será dado pela raiz quadrada da razão dos dias e dias úteis¹⁷. Em seguida, encontrar o Z correspondente ao nível de confiança adotado, e por fim multiplicar as variáveis.

$$VaR = C \cdot \sigma \cdot \sqrt{t/t_d} \cdot Z$$

¹⁷ Um total de 252 dias em 2018.

$$VaR = 100.000 \cdot 0,15 \cdot \sqrt{10/252} \cdot 2,33$$

$$VaR \cong 6.962,20$$

Intuitivamente, conclui-se que para esta carteira de ativos, o investidor pode vir a perder R\$ 6.962,20 se mantiver a carteira durante o período de 10 dias, isto com um nível de confiança de 99%.

Não obstante, é necessário fazer uma distinção, acompanhando o próprio Jorion (2007), no que diz respeito ao cálculo do VaR quanto a forma da distribuição das rentabilidades. A primeira forma mais geral é chamada de VaR não-paramétrico, ou seja, não é feita nenhuma suposição quanto à distribuição das observações.

Enquanto no VaR paramétrico a distribuição assume comportamento pertencente à família paramétrica, tais como a distribuição normal, como já revelado isto simplifica consideravelmente o cálculo do VaR. Jorion (1997, *apud* Lombardo, 2000) simplifica, sem perder a formalidade, as definições para distribuições gerais e distribuição normal.

Para o VaR não-paramétrico, tem-se que, considerando as variáveis dadas: Investimento Inicial W_0 , Taxa de retorno do Investimento R , com retorno esperado μ e volatilidade σ , Valor do investimento no final do período W , onde $W = W_0(1 + R)$ e o Menor valor da carteira em c como nível de confiança W^* , no qual $W^* = W_0(1 + R^*)$, o VaR poderá ser obtido em relação à média ou como perda absoluta, sempre em unidades monetárias:

VaR da perda em relação à média:

$$VaR_{média} = E(W) - W^*$$

$$VaR_{média} = -W^0(R^* - \mu)$$

VaR da perda absoluta

$$VaR_{zero} = W_0 - W^*$$

$$VaR_{zero} = -W_0 \cdot R^*$$

O VaR pode ser derivado da função de densidade de probabilidade do valor da carteira f . Isto é corolário do nível de confiança, ou seja, dado c encontramos W^* partindo da premissa de que a probabilidade do valor ser maior seja c e menor seja $1 - c$.

$$c = \int_{W^*}^{\infty} f(w)dw$$

$$1 - c = \int_{-\infty}^{W^*} f(w)dw$$

Quando é assumido que a distribuição dos retornos é uma normal, e considerando o nível de confiança α , R^* é obtido através da relação: $R^* = -\alpha\sigma + \mu$

Substituindo na VaR da perda em relação à média:

$$VaR_{média} = W^0 \alpha \sigma \sqrt{\Delta t}$$

Onde $\sqrt{\Delta t}$ é apenas o parâmetro de ajuste do horizonte temporal

Para o VaR da perda absoluta:

$$VaR_{zero} = W_0 (\alpha \sigma \sqrt{\Delta t} - \mu \sqrt{\Delta t})$$

Por fim considerando, conforme Jorion (2007), Lombardo (2000) e Chang e Wong (2015), a transformação da função de densidade $f(w)$ em uma normal padronizada $\Phi(\varepsilon)$, $\Phi \sim N(0, 1)$, temos que:

$$1 - c = \int_{-\infty}^{W^*} f(w)dw = \int_{-\infty}^{R^*} f(r)dr = \int_{-\infty}^{-\alpha} \Phi(\varepsilon)d\varepsilon$$

Dentre os diversos modelos que existem os três tipos básicos de modelos de *Value at Risk* são descritos por Alexander (2009) como Linear Normal, Simulação Histórica e Simulação de Monte Carlo:

- No modelo Linear Normal se assume que a distribuição dos retornos dos fatores de risco é normal multivariada e o portfólio deve ser linear;
- A Simulação histórica utiliza uma grande quantidade de dados históricos para estimar o VaR, mas faz suposições mínimas sobre a distribuição do retorno do fator de risco;
- Por último o Modelo Monte Carlo, que é bastante similar ao modelo Linear Normal, porém como já sugere o próprio nome o fator de risco é simulado.

4. ABORDAGEM ECONOMÉTRICA

4.1. Econometria de Séries de Tempo e seus problemas

A abordagem econométrica depende de alguns pressupostos e propriedades importantes, e não é diferente para as séries temporais. Neste aspecto, dois teoremas clássicos de limites para sequências de vetores aleatórios independentes e identicamente distribuídos (i.i.d.) são inicialmente importantes, conforme dispõe Wooldridge (2010).

Primeiro, a Lei Fraca dos Grandes Números (WLLN), nos permite realizar inferências confiáveis sobre a estimação de um parâmetro, mesmo possuindo um número finito de observações, desde que se trate de uma amostra aleatória. Isto é, seja $\{w_i: i = 1, 2, 3, \dots\}$ sequência i.i.d. de um vetor aleatório $G \times 1$ de modo que $E(|w_{ig}|) < \infty$, com $g = \{1, \dots, G\}$, então a WLLN será satisfeita, formalmente:

$$N^{-1} \sum_{i=1}^N w_i \xrightarrow{p} \mu_w, \text{ onde } \mu_w \equiv E(w_i)$$

O segundo teorema, já mencionado no capítulo anterior, é o Teorema do Limite Central, e nos remete a possibilidade de utilização de variáveis com distribuição normal. Basicamente, o teorema explica que, considerando uma amostragem aleatória, se aumentarmos o seu tamanho, essa variável se aproximará de uma distribuição normal. Adotando a mesma sequência aleatória anterior, de modo que $E(w_{ig}^2) < \infty$, com $g = \{1, \dots, G\}$ e $E(w_i) = 0$, então o segundo teorema será satisfeito, assim:

$$N^{-1/2} \sum_{i=1}^N w_i \xrightarrow{d} \text{Normal}(0, \mathbf{B}), \text{ onde } \mathbf{B} = \text{Var}(w_i) = E(w_i w_i')$$

A forma mais comum de se obter estimadores é através do Modelo de Mínimos Quadrados Ordinários (OLS). Isto é, assumindo um modelo de regressão populacional do tipo:

$$y = x\beta + u$$

A busca principal dos modelos de regressão é encontrar bons estimadores – representado pelo vetor $\beta \equiv (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k)'$. Como eles dependem dos resultados aleatórios dos dados, eles são também vistos como vetores aleatórios, portanto a busca é por estimadores consistentes. A propriedade da consistência, surge em decorrência de dois pressupostos básicos sobre a população, a primeira é a condição populacional de ortogonalidade e o segundo é o *rank total*, formalmente:

- Ortogonalidade: $E(x'u) = 0$, implica que u tem média zero e não está correlacionado com cada regressor, isto decorre também quando $E(u|x) = 0$, assim cada variável explicativa é necessariamente exógena.
- *Rank total*: $E(x'x) = K$, significa que a matriz do produto externo esperado de x tenha rank total, de modo que não existam relações lineares exatas entre os regressores. Esta é a única forma de que esse pressuposto possa vir a falhar, quando pelo menos um regressor é descrito como uma função linear de outro regressor.

É possível concluir, portanto, que o problema básico a ser superado na econometria aplicada é a existência de endogeneidade no modelo. Ela ocorre devido a existência no modelo de, ao menos, um desses três problemas: existência de Variáveis Omitidas, Erro de Medida ou Simultaneidade. A distinção entre elas, na prática, não é tão simples e o problema será sempre o fornecimento de estimadores não consistentes. Esses problemas podem ser resolvidos através do uso de variáveis *Proxy* ou Instrumentais, correta especificação do modelo e confiabilidade da fonte de dados.

Superado os conceitos iniciais dos modelos de regressão, é fundamental identificar qual a estrutura e como se comporta um modelo básico de séries de tempo. Este modelo é, conforme define Cochrane (p. 8, 2005), “[...] *a set of repeated observations of the same variable, such as GNP or a stock return.*”, subscrita por um componente temporal discreto.

A principal tarefa da econometria de séries de tempo, conforme Greene (2012), Enders (2004) e Harris e Sollis (2003), é o de desenvolver modelos razoavelmente simples capazes de fornecer previsões, interpretações e testar hipóteses sobre os mais variados dados econômicos.

Basicamente, as séries de tempo podem ser estacionárias ou não-estacionárias e subdivididas em estocásticas ou determinísticas. A ideia de estacionariedade depende da hipótese sobre a distribuição do termo aleatório (BUENO, 2008).

- Estacionária
 - Determinística: $y_t = \mu + \alpha y_{t-1}$, com $\alpha \in \mathbb{R}$
 - Estocástica: $y_t = \mu + \epsilon_t$, com $\epsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$
- Não Estacionária
 - Determinística: $y_t = \mu + \delta t + \epsilon_t$
 - Estocástica: $y_t = y_{t-1} + \epsilon_t$

Os problemas mais comuns ao se trabalhar empiricamente com séries de tempo estão relacionados à natureza dos dados. É importante observar os conceitos a seguir, pois são base fundamental para um bom modelo.

- Regressão espúria: Fenômeno que ocorre ao estimar um modelo de regressão com variáveis que não fazem sentido teórico de pertencerem ao modelo;
- Autocovariância e Autocorrelação: A presença de autocorrelação não impede a estimação da série temporal, mas é importante identificar a ordem do vetor auto-regressivo;
- Estacionariedade: Já bastante mencionado, é fundamental para a estimação de uma série de tempo. Basicamente, significa que a série temporal possui média, variância e covariância constante ao longo do tempo. A estacionariedade estrita ocorre quando a variável possui distribuição i.i.d., não obstante é possível obter processos estocásticos fracamente estacionários, isso já permite realizar boas inferências estatísticas.
- Ergodicidade: Somente com a estacionariedade não é possível estimar uma série temporal. Um processo é dito ergódico se a série for fracamente estacionária. Esta propriedade, grosso modo, permite usar

a série de tempo “[...] para calcular as médias em cada instante de tempo” (BUENO, p.17, 2008);

- Ruído Branco: é um processo no qual se verifica que cada valor da sequência do erro aleatório ϵ_t , atende a estas condições média 0, variância σ^2 e covariância 0.

Disto, é possível entender que um dos principais problemas enfrentados nas séries temporais é a estimação na presença de autocorrelação, o que de fato é muito comum empiricamente de ser verificado. Não obstante, o estimador OLS na presença de autocorrelação continue sendo o Melhor Estimador Linear Não-Viesado (BLUE), consistente e com distribuição normal, eles deixam de ser eficientes.

Outra preocupação é com a presença da heterocedasticidade. A consequência neste caso também é a mesma diminuição da eficiência dos estimadores. Esse problema decorre da variabilidade da variância, ou seja, grosso modo, é possível encontrar nas séries de tempo, especialmente na econometria financeira, momentos/períodos de alta e de baixa volatilidade. É por conta deste problema que foram desenvolvidos os modelos ARCH e GARCH.

4.2. GARCH

O modelo GARCH é uma generalização proposta por Bollerslev (1986) ao modelo ARCH (auto-regressivo com heterocedasticidade condicional) formulado por Engels em 1982. Ocorre que ambos possuem a capacidade de reconhecer os agrupamentos e padrões nas séries de tempo, como mencionados na seção anterior, em momentos de alta e baixa volatilidade.

Basicamente, o problema encontrado no Modelo ARCH é, segundo Bollerslev (1986) o fato de que este necessita de uma estrutura arbitrária de defasagem linear decrescente na equação de variância condicional, devido a necessidade de uma grande quantidade de observações (memória) e parâmetros, considerando que se a estimativa da estrutura de defasagem for totalmente livre, ela frequentemente resultará na violação da restrição de não negatividade.

- **ARCH(q):**

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2$$

Com $\alpha_0 > 0$ e $\alpha_i \geq 0$

- **GARCH(p, q):**

Assumindo que ε_t é o valor real do processo estocástico no tempo t discreto, incorporando que existe um componente de informações que “sobrevivem” ao longo do tempo t , denotado como ψ_t , o modelo GARCH será dado pelas condições a seguir:

$$\varepsilon_t | \psi_{t-1} \sim N(0, h_t)$$

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i h_{t-i}$$

$$h_t = \alpha_0 + A(L)\varepsilon_t^2 + B(L)h_t$$

O idealizador coloca algumas suposições e observações sobre as variáveis, como se segue.

$$p \geq 0, \quad q > 0,$$

$$\alpha_0 > 0, \quad \alpha_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, q,$$

$$\beta_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, p.$$

É importante compreender que caso $p = 0$, retorna-se ao modelo original ARCH(q), neste caso $q > 0$ é condição obrigatória, caso $p = q = 0$ teremos apenas um ruído branco (*White Noise*), $h_t = \alpha_0$. Enquanto no modelo ARCH(q) a variância condicional é uma função linear da variância passada, o GARCH(p, q) permite o uso de variâncias condicionais defasadas, que agem como uma forma de mecanismo de adaptação de aprendizagem.

Isto implica que no Modelo GARCH a variância condicional possui um componente de memórias passadas, porém ponderado por β_i . O que permite, conforme Barcinski *et al* (1997, *apud* Almeida e Ghirardi, 1999), “[...] capturar

movimentos persistentes na volatilidade dos ativos, sem ter de estimar uma [sic] grande número de parâmetros [...].”

Um teorema importante em decorrência disto é que se e somente se $A(1) + B(1) < 1$ o processo será estacionário, com $E(\varepsilon_t) = 0$, $\text{var}(\varepsilon_t) = \alpha_0(1 - A(1) - B(1))^{-1}$ e $\text{cov}(\varepsilon_t, \varepsilon_s) = 0$, com $t \neq s$.

4.3. Estimação do Modelo GARCH

O Modelo GARCH(p, q) é formalmente representado por:

$$\begin{aligned}\varepsilon_t &= y_t - x_t' b \\ \varepsilon_t | \psi_{t-1} &\sim N(0, h_t) \\ h_t &= z_t' \omega\end{aligned}$$

Como propõe Bollerslev (1986), a estimação do modelo GARCH deve ser feita por máxima verossimilhança (*maximum-likelihood estimation* - MLE), cuja função a ser maximizada é:

$$\begin{aligned}L_T(\theta) &= T^{-1} \sum_{t=1}^T l_t(\theta) \\ l_t(\theta) &= -\frac{1}{2} \log(h_t) - \frac{1}{2} \varepsilon_t^2 h_t^{-1}\end{aligned}$$

Onde T é a quantidade de observações da amostra, finalizando com a realização da derivada em relação a ω , parâmetro da variância, o que fornece:

$$\begin{aligned}\frac{\partial l_t}{\partial \omega} &= \frac{1}{2} h_t^{-1} \frac{\partial h_t}{\partial \omega} \left(\frac{\varepsilon_t^2}{h_t} - 1 \right) \\ \frac{\partial^2 l_t}{\partial \omega \partial \omega'} &= \left(\frac{\varepsilon_t^2}{h_t} - 1 \right) \frac{\partial}{\partial \omega'} \left[\frac{1}{2} h_t^{-1} \frac{\partial h_t}{\partial \omega} \right] - \frac{1}{2} h_t^{-2} \frac{\partial h_t}{\partial \omega} \frac{\partial h_t}{\partial \omega'} \frac{\varepsilon_t^2}{h_t}\end{aligned}$$

Onde:

$$\frac{\partial h_t}{\partial \omega} = z_t + \sum_{i=1}^p \beta_i \frac{\partial h_{t-i}}{\partial \omega}$$

4.4. Resultados Obtidos na Literatura

Após a exposição tanto do *Value at Risk*, seu conceito, propriedades e pressupostos, além da abordagem econométrica do modelo GARCH proposto por Bollerslev (1986) que é bastante relevante e utilizada na estimação do VaR, serão apresentados trabalhos nacionais e internacionais que fizeram uso desta metodologia e seus resultados.

O primeiro trabalho foi desenvolvido por Almeida e Ghirardi (1999). Neste artigo os autores propuseram um estudo comparativo do VaR, com a estimação de três métodos de uma carteira de ativos hipotética composta pelo IBOVESPA, ações da Petrobras PN e da Telesp PN e pelos Certificado de Depósito Interbancário (CDI). O horizonte temporal foi de julho de 1994 a dezembro de 1998, e uma restrição sobre a carteira foi adicionada, a de que a participação da Ibovespa deve ser entre 20% a 100% da carteira, e tal composição variaria a cada 5 dias, de forma arbitrária. A comparação se deu através do uso de três métodos 1) Desvio Padrão, 2) RiskMetrics™ e 3) GARCH. Os resultados obtidos pelos autores mostraram que o método 1 (DP) não é eficiente na estimação do VaR, como já era esperado, enquanto que disputa entre o RiskMetrics™ e o GARCH, há alternâncias quanto a eficiência entre um e o outro método, porém quando a análise é em função da Máxima Verossimilhança o modelo GARCH demonstra ser mais eficiente. Os autores concluem que é importante “[...] que os critérios procurem identificar a ocorrência de falhas nas previsões, importando para avaliação os pontos onde a previsão de perda foi inferior à efetivamente ocorrida [...]” (ALMEIDA e GHIRARDI, p. 14, 1999), assim como a oscilação de eficiência (alternância entre métodos) é um problema de cunho operacional que deverá ser mitigado pelo usuário para um melhor controle e análise de seu risco.

Berkowitz e O'Brien (2002), buscam evidenciar qual o nível de acurácia dos modelos de *Value at Risk* em bancos comerciais. Os autores, se debruçaram sobre os dados de 6 (seis) bancos submetidos padrões e normativos de riscos definidos nos Acordos de Basiléia. Basicamente os dados foram referentes as Perdas e Ganhos diários e os VaR previstos/estimados pelos bancos. Os testes foram realizados com um nível de confiança de 99% e foram divididos em duas etapas, a primeira sobre a avaliação da Previsão e a segunda foi dedicada a realizar uma comparação dos

resultados com um modelo de Benchmark, o qual foi utilizado um modelo auto-regressivo de média móvel (ARMA) adicionando o GARCH. Os resultados obtidos mostraram que as previsões dos Bancos analisados eram mais conservadoras exigindo maior aporte (cobertura) de capital para o risco das transações. Porém, a parcimônia e flexibilidade no modelo ARMA+GARCH foram convenientes e precisos para modelar a dinâmica de média e variância dos ganhos e perdas. Os autores complementam ainda que apesar dos modelos estruturais (dos Bancos) olharem para uma escala grande, os modelos de séries temporais podem auxiliar a identificar deficiências e ajudar a corrigi-los.

A análise do modelo GARCH normalmente é encontrada na forma empírica, não obstante, Sanches (2014) propõe uma estimação do VaR através de dois modelos (GARCH e APARCH), combinados com uma simulação de Monte Carlo, para horizontes superiores a 1 dia. Os dados foram referentes aos retornos diários do Ibovespa entre 02/01/2006 até 25/11/2013, num total de 1959 observações. O autor realizou basicamente 2 estimações, combinando os modelos com Raiz Quadrada e Simulação de Monte Carlo, aplicando, em cada um, três tipos possíveis distribuições condicionais dos retornos: normal, *t-student* e *t-student* assimétrica, realizando por fim dois testes, o de Berkowitz e o de aderência de Kupiec. Os resultados mostraram que o GARCH se saiu relativamente bem nos testes, quando se trata de distribuição normal.

Outros trabalhos buscam captar as mudanças na volatilidade do BitCoin utilizando o modelo GARCH para comparativo e previsão. Este é o caso de Ardia, Bluteau e Rüede (2019), que através de uma variante do modelo GARCH identifica mudanças estruturais na volatilidade da amostra analisada e exhibe o melhor desempenho com um efeito de alavancagem invertido em regimes de baixa e alta volatilidade.

Por fim, o trabalho proposto por Ciaian, Kancs e Rajcaniova (2018) é talvez o primeiro a concentrar-se numa análise do BitCoin através de *High Frequency Data*, ou seja, os dados de séries temporais coletados em uma escala de horas, ao invés de dados comumente utilizados em dias, meses ou anos.

“[...] we use hourly data for the period 2013–2018 with more than 50 thousand observations in total [...]” (CIAIAN, KANCS e RAJCANIOVA, 2018, p. 8), assim como na maioria dos trabalhos a variável explicativa utilizada foi o log dos

retornos obtidos dos preços do ativo. O trabalho concluiu que a demanda de transações da BitCoin e a demanda especulativa têm um impacto estatisticamente significativo na formação de preços da BitCoin. Outra importante observação dos autores reside no fato de que o uso de *High Frequency Data* permitem obter *insights* adicionais, que permanecem mascarados quando se utiliza preços médios, sejam diários ou semanais, para a análise da volatilidade do BitCoin.

5. APLICAÇÃO DO MODELO

5.1. Base de Dados e Algumas Estatísticas

As informações históricas de criptomoedas são facilmente obtidas na internet, já que um dos princípios básicos é a transparência das transações, para este caso, a base de dados foi obtida no site <https://coinmarketcap.com/>. A partir da variável do *BitCoin Closing Price*¹⁸, (**BTC.prc**), foram derivadas três outras variáveis: A variação percentual diária (**BTC.var**), a diferença em termos monetários, ou renda diária, (**BTC.dif**) e o *Compound Returns* (**BTC.ret**), que é o retorno logarítmico de um dia do ativo, dado pela seguinte equação

$$BTC.ret = \ln \frac{BTC.prc_t}{BTC.prc_{t-1}} = \ln(BTC.prc_t) - \ln(BTC.prc_{t-1})$$

Tabela 1 - Estatísticas Descritivas

Estatística	BTC.prc	BTC.var	BTC.dif	BTC.ret
Média	2.358,96	0,06193	1,782	0,1577
Mediana	619,05	0,18125	0,860	0,1835
1st Q.	336,04	-1,25398	-7,280	-1,2390
3rd Q.	3.651,35	1,79198	12,910	1,8139
Mínimo	68,43	-30,88667	-2.329,300	-26,6198
Máximo	19.497,40	36,16941	3.608,200	35,7451
Variância	11.340.026	19,02583	53.484,64	18,78979
Desvio-Padrão	3.367,495	4,361861	231,2675	4,334719
C.V.	1,427533	70,42991	129,7544	27,49521
Curtose	3,955085	8,679492	55,41244	7,942728
Assimetria	1,979927	-0,5852042	1,50176	-0,1872428
IQR	3.315,308	3,045956	20,19	3,052892

Fonte: Elaboração própria

¹⁸ A BitCoin, conforme já mencionado não tem um “fechamento”, pois as transações independem do dia e hora, portanto foi tomado como base a última cotação do dia conforme UTC (*Coordinated Universal Time*)

Em toda a amostra, a variação média diária do BitCoin foi de 0,06% ao dia, sendo que a maior perda registrada foi de quase 31% em um único dia, enquanto a maior variação foi de 36%. As estatísticas descritivas já possuem indicativos da volatilidade do BTC. É importante observar, também, que a curtose indica que todas as variáveis são leptocúrtica, ou seja, possuem caldas mais pesada, o que é uma propriedade vantajosa do modelo.

Para a análise econométrica será utilizada a variável (**BTC.ret**) o que implica na necessidade de efetuar um teste de normalidade, conforme gráfico 3 abaixo, é possível verificar que a variável tende a ter distribuição normal.

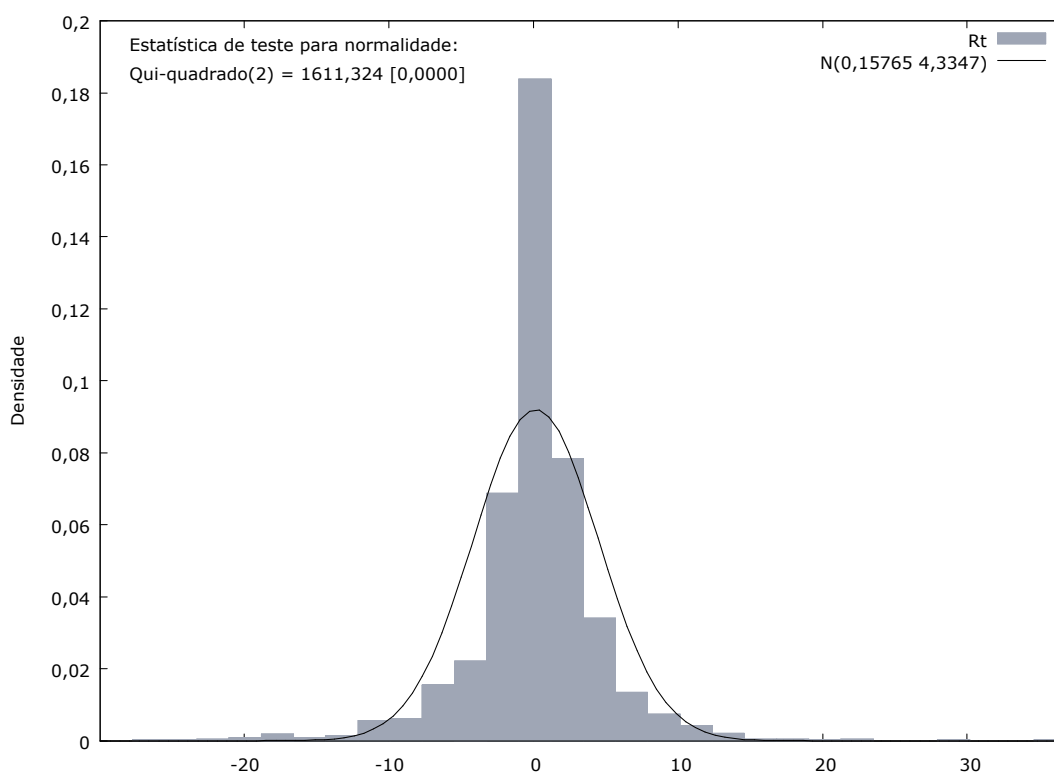


Gráfico 3 - Teste de Normalidade para *BTC.ret*

Resultados dos demais testes de normalidade:

Teste da normalidade de <i>BTC.ret</i>
Teste de Doornik-Hansen = 1611,32, com p-valor 0
Shapiro-Wilk W = 0,883823, com p-valor 2,1024e-037
Teste de Lilliefors = 0,124639, com p-valor ~ 0
Teste de Jarque-Bera = 5656,2, com p-valor 0

Quadro 1 - Testes de Normalidade

O gráfico 4 demonstra indícios do comportamento da volatilidade do BTC, ou seja, mostra que a volatilidade em certos períodos das observações é mais alta seguida de alta volatilidade e em outros momentos mais baixa também seguida de baixa volatilidade, o que nos remete a uma possível perda de eficiência da utilização de modelos convencionais de séries de tempo.

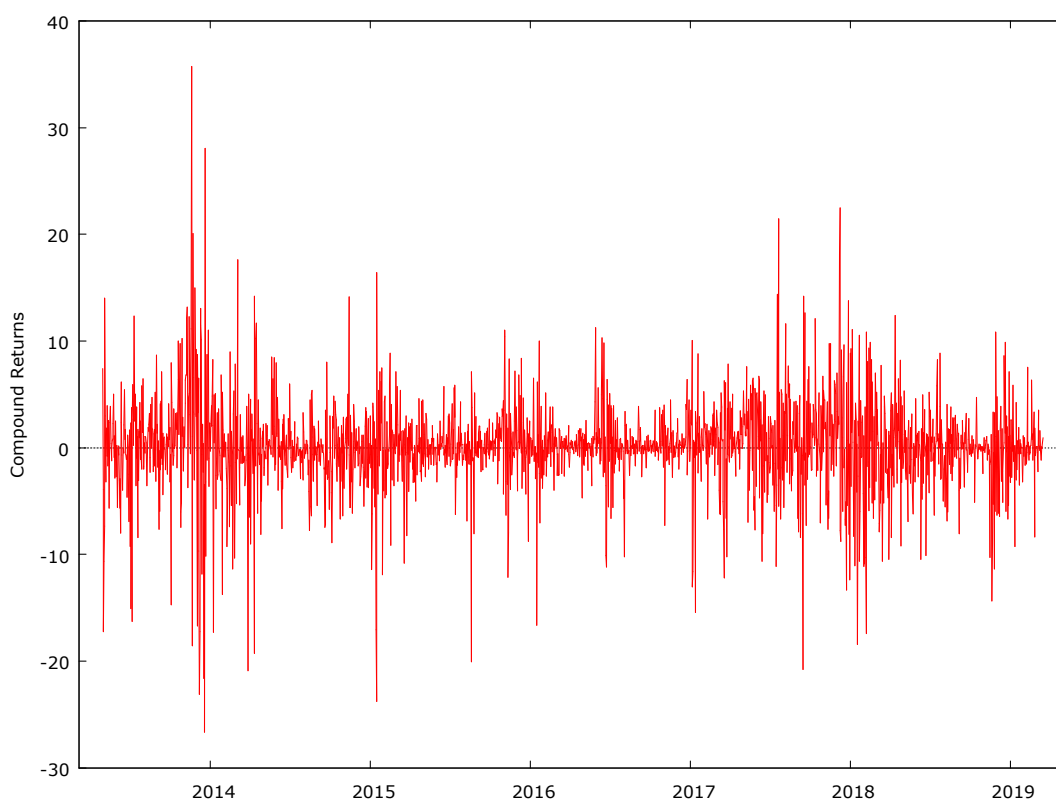


Gráfico 4 - Índice de Retorno do BTC

Por outro lado, demonstra também o quanto ela está suscetível a críticas no que toca à sua capacidade de ser de fato uma moeda, com funções de unidade de conta e reserva de valor, devido a sua instabilidade.

5.2. Análise Econométrica e Resultados

O modelo GARCH(1,1) foi estimado utilizando um pacote estatístico disponível no R. É importante salientar que existe um passo a passo para a execução deste modelo, conforme será demonstrado a seguir.

Conforme já mencionado na seção sobre a teoria econométrica, normalmente as séries temporais quebram os pressupostos básicos da normalidade, presença de autocorrelação e heterocedasticidade. Assim, com base na sequência apresentada por Bueno (2018), foi realizado o seguinte passo a passo para estimação do modelo GARCH:

- Estimar o melhor modelo ARIMA (p, d, q) com base nos Critérios de Informação Akaike e Bayesiano;
- Identificar a existência de efeito ARCH (*Ljung-Box Test*);
- Estimar o modelo GARCH(p, q);
- Realizar o *Backtesting* (ou testes de cobertura);
- Finalizar com o *Forecasting*.

Inicialmente, é importante salientar que os modelos GARCH(p, q) se assemelham aos modelos ARMA (auto-regressivo de média móvel), e por isso o cálculo das funções de autocorrelação (FAC) e autocorrelação parcial (FACP) devem sugerir se a série é heterocedástica e fornecer as ordens p e q do modelo ARMA.

Neste caso, foi realizado um algoritmo de auto identificação do melhor modelo ARIMA (auto-regressivo integrado de média móvel), que é a generalização do ARMA, considerando os dois critérios de informação: Akaike e Bayesiano.

Utilizando o critério de informação Akaike, o melhor ajuste obtido foi o modelo do ARIMA (5,0,3) com média diferente de zero, com $AIC = 12.385,67$. Já para o critério de informação bayesiano a melhor estimativa foi o modelo do ARIMA (0,0,0) com média zero, com $BIC = 12.400,26$.

Teoricamente, o melhor critério de informação é aquele que possui menor valor e fornece menos parâmetros, mesmo sendo preferível o AIC ao BIC para

determinação do ARIMA (p, d, q) , o BIC em diversos artigos, para grandes amostras, fornece resultados melhores que os ajustes apresentados pelo AIC. Além disto, percebe-se pelos resultados obtidos, e como será demonstrado posteriormente, que a utilização do critério Akaike implicará na estimação de mais oito parâmetros ao modelo de regressão.

Feito isto, é necessário identificar se existe, nos resíduos do modelo ARIMA, o efeito ARCH (heterocedasticidade condicional), só assim é possível continuar com o modelo GARCH. A identificação é realizada através do teste Ljung-Box, que foi modelado sob a hipótese nula de que não há efeito ARCH, ou seja, “[...] que a soma das autocorrelações é estatisticamente diferente de zero.” (BUENO, p.241, 2008).

$$H_0: \sum_{j=1}^n \hat{\rho}_j = 0 \times H_A: \hat{\rho}_j \neq 0, \text{ para algum } j,$$

em que

$$Q = T(T+2) \sum_{j=1}^n \frac{\hat{\rho}_j^2}{T-j} \xrightarrow{d} \chi_n^2$$

O teste de Ljung-Box foi realizado para os dois modelos melhores ajustados, conforme os critérios de informações AIC e BIC.

Ljung-Box Test ARIMA (5,0,3)

$$\chi^2 = 196,78$$

$$p - value < 2.2e - 16$$

Ljung-Box Test ARIMA (0,0,0)

$$\chi^2 = 203,87$$

$$p - value < 2.2e - 16$$

Considerando o *p-value* encontrado no teste de Ljung-Box, é possível garantir que existe efeito ARCH nos resíduos do modelo ARIMA, o que permite a utilização do modelo GARCH(1,1), derivado do modelo geral GARCH(p, q), considera 1 defasagem da variância e 1 defasagem dos erros ao quadrado. Em outras palavras, p indica o número de *lags* para h_t e q é a quantidade de *lags* de ε_t incluídos no modelo.

Conforme o resultado do Ljung-Box, foi realizada a estimação do modelo GARCH(1,1) para os modelos, considerando a ordem os vetores autoregressivos e das médias móveis obtidas no ARIMA (p, d, q), como o fator de integração é zero em ambos os caso, o modelo GARCH foi estimado com ordem ARMA (p, q).

Tabela 2 - Estimação do Modelo GARCH(1,1) de Ordem ARMA(5,3)

Parâmetros Otimizados	Coefficiente (Desvio-Padrão)	t-value	Pr(> t)
μ	0,102728 (0,066686)	1,540480	0,123443
$AR(1)$	-0,286194 (0,042281)	-6,768782	0,000000
$AR(2)$	-0,330278 (0,045527)	-7,254575	0,000000
$AR(3)$	-0,913759 (0,034809)	-26,250630	0,000000
$AR(4)$	-0,004821 (0,024097)	-0,200078	0,841420
$AR(5)$	-0,001561 (0,024906)	-0,062687	0,950016
$MA(1)$	0,293479 (0,036201)	8,106931	0,000000
$MA(2)$	0,353852 (0,036387)	9,724578	0,000000
$MA(3)$	0,891342 (0,039627)	22,493079	0,000000
ω	0,379912 (0,082247)	4,619181	0,000004
α_1	0,126486 (0,016080)	7,865902	0,000000
β_1	0,863258 (0,015643)	55,186710	0,000000
LogLikelihood : -5836,492			
AIC: 5,4481			
BIC: 5,4798			

Fonte: Elaboração própria

A estimação do modelo GARCH(1,1) de Ordem ARMA(5,3) resultou em um modelo com 12 variáveis explicativas, sendo a constante μ e os vetores $AR(4)$ e $AR(5)$ estatisticamente não significativos.

Tabela 3 - Estimação do Modelo GARCH(1,1) de Ordem ARMA(0,0)

Parâmetros Otimizados	Coefficiente (Desvio-Padrão)	t-value	Pr(> t)
μ	0,098581 (0,067269)	1,4655	0,142792
ω	0,407749 (0,089376)	4,5622	0,000005
α_1	0,124505 (0,015490)	8,0377	0,000000
β_1	0,863044 (0,015840)	54,4841	0,000000
LogLikelihood : -5844,062			
AIC: 5,4477			
BIC: 5,4582			

Fonte: Elaboração própria

Para a estimação do GARCH(1,1) com Ordem ARMA(0,0) os resultados indicam que todos os coeficientes estimados são estatisticamente significativos a 1%, exceto a constante.

Em ambos os modelos, com distribuição normal, percebe-se que ele capta uma alta persistência da volatilidade $\alpha_1 + \beta_1$ é muito próximo de 1. Os gráficos 5 e 6, abaixo, expõe a volatilidade do BitCoin ao longo do período analisado.

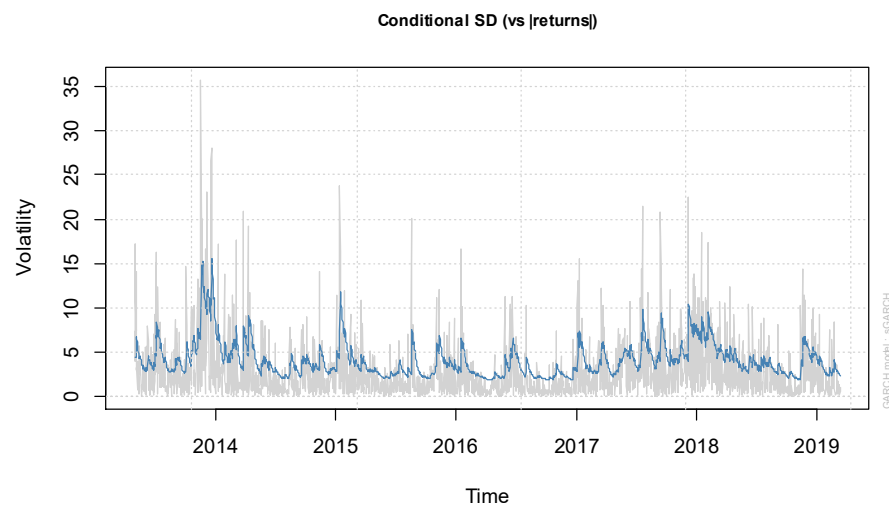


Gráfico 5 - Variância Condicional em GARCH(1,1) de Ordem ARMA(5,3)

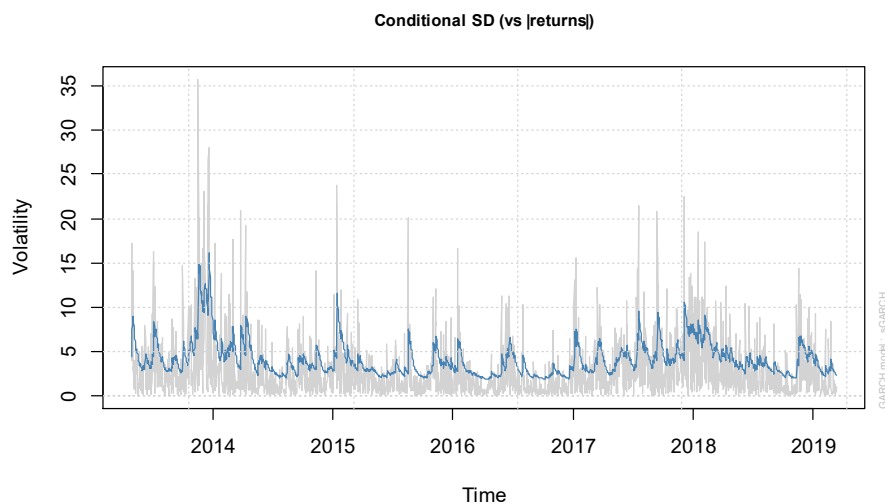


Gráfico 6 - Variância Condicional em $GARCH(1,1)$ de Ordem $ARMA(0,0)$

Os gráficos expressam o módulo do retorno obtido com o BitCoin para o período analisado (em cinza) sobreposto pela volatilidade em azul. Percebe-se diferenças muito sutis na volatilidade em ambos os modelos, o que não demonstra a princípio serem significativas para esta amostra. Não obstante, a análise gráfica deixa claro o quão volátil é o BitCoin e mostra períodos “clusterizados” de volatilidade.

Uma das proposições básicas dos modelos de séries de tempo, especialmente em econometria financeira, é permitir que sejam realizadas inferências e previsões quanto ao comportamento da volatilidade do ativo. Para isto, antes de realizar as previsões (*forecasting*) é importante realizar o *Backtesting* que é um processo de avaliação da utilidade das previsões da métrica do *Value-at-Risk* quando aplicado a um portfólio (ou ativo) específico ao longo do tempo.

Intuitivamente, ao utilizar um nível de confiança de 99% para calcular o VaR diário, é esperado que ocorra uma “exceção” a cada 100 dias, em média, mesmo sem saber ou prever qual foi exatamente o momento em que houve essa exceção do VaR. Assim, por este processo é possível verificar estatisticamente se a frequência de exceções em algum intervalo de tempo especificado está de acordo com o nível de confiança adotado.

Existem diversos testes de cobertura, como são conhecidos, mas para este trabalho utilizaremos apenas dois, o primeiro de cobertura incondicional e o segundo

de cobertura condicional. O teste de Kupiec conhecido como, *proportion of failures* (POF), e de Christoffersen's *Interval Forecast* (IF).

Basicamente ambos os testes verificam se as exceções encontradas estão corretas de fato, ou seja, se o modelo está em conformidade. Mas existem algumas críticas, conforme aponta Campbell (2005). A primeira diz respeito ao fato de que dado o marco regulatório de um ano, definido por Basileia para *Backtesting*, o teste de Kupiec tem baixo poder de explicação, além disto, ele verifica apenas a frequência das perdas sem levar em consideração o momento em que ocorrem e, portanto, pode falhar em rejeitar um modelo que produza exceções clusterizadas. No caso de Christoffersen, o teste também identifica se as falhas são independentes.

Para os dois casos, realizamos os testes ao nível de confiança de 99% e de 95%, conforme demonstram as tabelas 3 e 4, a seguir. Cabe ressaltar que, no primeiro caso, mesmo com o apontado por Campbell (2005) sobre o teste de Kupiec, o teste de Christoffersen também concluiu pela rejeição do VaR.,

Tabela 4 - Teste de Cobertura - IC = 99%

GARCH(1,1) ARMA(5,3)	KUPIEC	CHRISTOFFERSEN
LR STATISTIC	188,021	188,331
LR P-VALUE	0	0
DECISÃO	Rejeitar H_0	Rejeitar H_0
EXCESSO ESPERADO		20,5
VAR EXCEDIDO		108
%		5,3%
GARCH(1,1) ARMA(0,0)	KUPIEC	CHRISTOFFERSEN
LR STATISTIC	42,282	45,252
LR P-VALUE	0	0
DECISÃO	Rejeitar H_0	Rejeitar H_0
EXCESSO ESPERADO		20,5
VAR EXCEDIDO		56
%		2,7%

Fonte: Elaboração própria

Os gráficos abaixo, mostra que a rentabilidade (azul) atinge o 1% VaR, por se tratar de risco, as únicas observações que nos interessam são as do VaR inferior (vermelho). É uma representação dos resultados obtidos nos testes de Kupiec e Christoffersen, ou seja, a plotagem mostra cada vez em que a rentabilidade ultrapassa

o *Value at Risk*. Isto indica que a rejeição da hipótese nula de que os excessos são corretos e independentes está correta e, portanto, o modelo deve ser rejeitado.

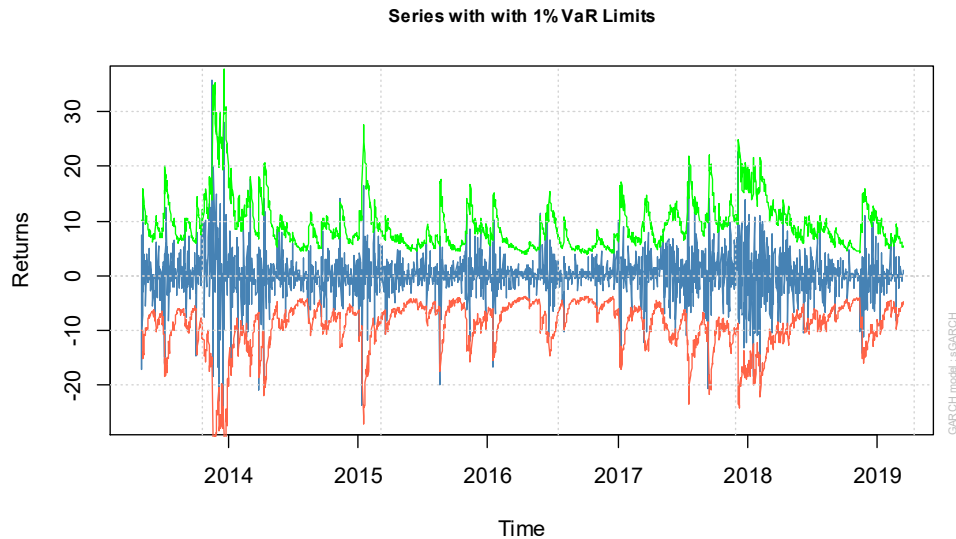


Gráfico 7 - Limites do VaR (IC = 99%) Modelo GARCH(1,1) Ordem ARMA(5,3)

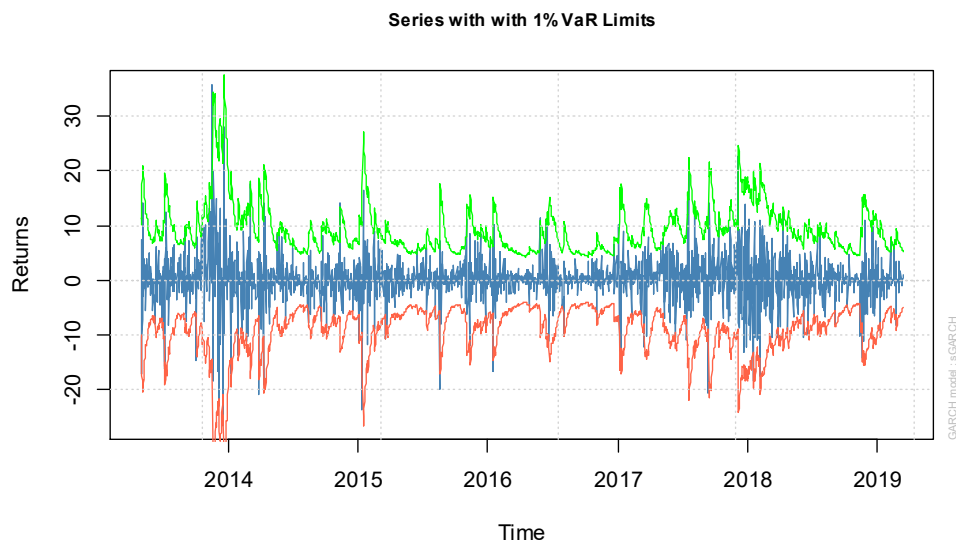


Gráfico 8 - Limites do VaR (IC = 99%) Modelo GARCH(1,1) Ordem ARMA(0,0)

Refeita a estimação do modelo para um nível de confiança de 95%, os resultados conforme demonstram a tabela 5, a seguir, permanece rejeitando o modelo GARCH(1,1) com Ordem ARMA(5,3). Porém ao testar para o modelo de Ordem ARMA(0,0) os dois testes concluíram pela continuidade, com o VaR, ou seja, a

hipótese de que o modelo está correto foi deferida. Para este intervalo de confiança os resultados foram:

Tabela 5 - Teste de Cobertura - IC = 95%

GARCH(1,1) ARMA(5,3)	KUPIEC	CHRISTOFFERSEN
LR STATISTIC	79,104	81,363
LR P-VALUE	0	0
DECISÃO	Rejeitar H_0	Rejeitar H_0
EXCESSO ESPERADO	102,4	
VAR EXCEDIDO	201	
%	9,8%	
GARCH(1,1) ARMA(0,0)	KUPIEC	CHRISTOFFERSEN
LR STATISTIC	2,114	4,785
LR P-VALUE	0,146	0,091
DECISÃO	Não rejeitar H_0	Não rejeitar H_0
EXCESSO ESPERADO	102,5	
VAR EXCEDIDO	117	
%	5,7%	

Fonte: Elaboração própria

Foi realizado uma nova estimação do modelo com Ordem ARMA(3,3), devido aos vetores AR(4) e AR(5) terem sido estatisticamente não significativos, mesmo este não sendo o melhor ajuste auto identificado.

Tabela 6 - Estimação do Modelo GARCH(1,1) de Ordem ARMA(3,3)

Parâmetros Otimizados	Coefficiente (Desvio-Padrão)	t-value	Pr(> t)
μ	0,096286 (0,075245)	1,2796	0,200678
AR(1)	0,952650 (0,014011)	67,9950	0,000000
AR(2)	-0,982757 (0,010427)	-94,2483	0,000000
AR(3)	0,839616 (0,049232)	17,0543	0,000000
MA(1)	-0,947557 (0,000316)	-3001,0286	0,000000
MA(2)	1,014489 (0,000121)	8394,5942	0,000000
MA(3)	-0,851054 (0,039959)	-21,2984	0,000000
ω	0,404013 (0,085925)	4,7020	0,000003
α_1	0,129922 (0,016125)	8,0573	0,000000
β_1	0,858326 (0,015974)	53,7326	0,000000
LogLikelihood : -5837,127			
AIC: 5,4468		BIC: 5,4732	

Fonte: Elaboração própria

Realizado o *Backtesting* (testes de Kupiec e Christoffersen), tanto para IC = 99% e 95%, a decisão a ser tomada foi a mesma para o modelo ARIMA(5,0,3) de rejeitar a hipótese nula de que os excessos estão corretos.

Por fim, podemos representar o modelo não rejeitado – GARCH(1,1) com Ordem ARMA(0,0) – em termos dos erros, através da equação do GARCH(p,q), para GARCH(1,1)

$$\mu = \widehat{BTC.ret} = 0,098581 \quad h_t = \omega_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1}$$

$$h_t = 0,407749 + 0,124505 \varepsilon_{t-1}^2 + 0,863044 h_{t-1}$$

Como verificamos que, ao nível de confiança de 95%, os testes permitem a aceitação do modelo, é possível estimar uma previsão do comportamento do *Compound Returns* do BitCoin. Assim foi realizado um esforço para o *forecasting* de 120 dias, o que está demonstrado no gráfico 7, abaixo:

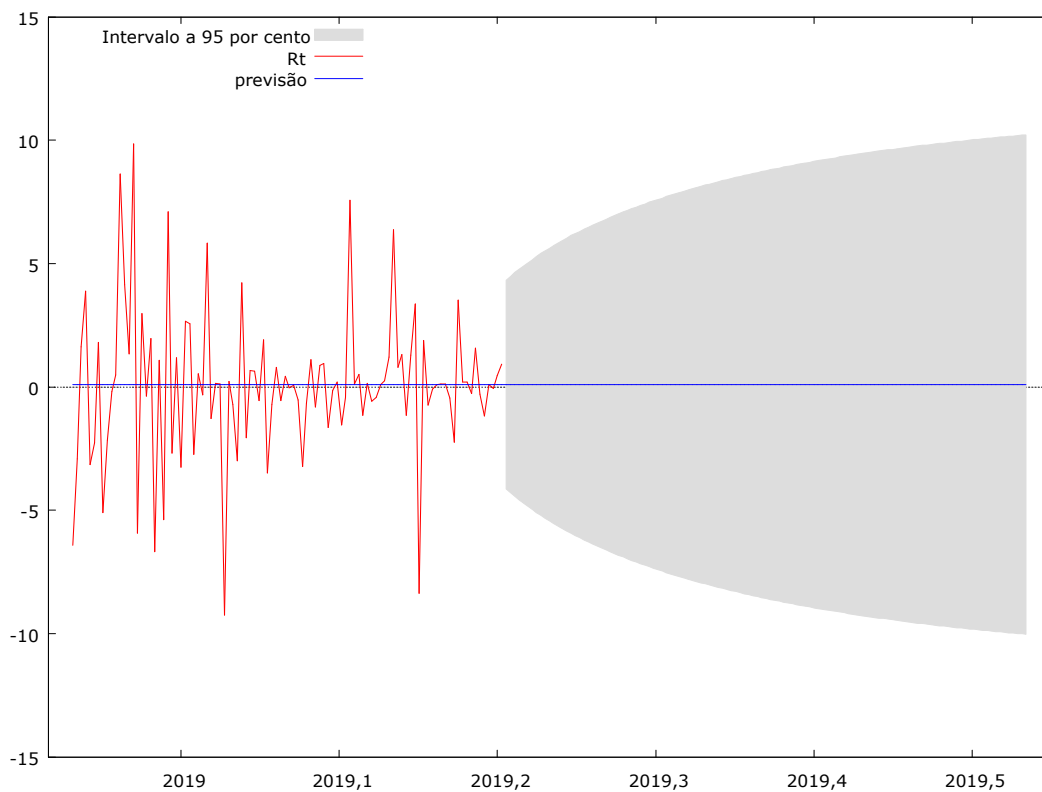


Gráfico 9 - Estimativa de Previsão do VaR - GARCH (1,1) de Ordem ARMA (0,0) a 5% de significância

Em vermelho, encontra-se a rentabilidade observada, enquanto a linha em azul é a constante μ obtida no modelo. A área em cinza, corresponde à rentabilidade/perda potencial (Área de previsão) ou “expectativa-sigma” ($\mu \pm |\sigma|$) do intervalo esperado do VaR a nível de confiança de 95%.

O comportamento do μ é constante, pelo fato de ser um ruído branco, enquanto σ varia de acordo com horizonte de análise. Neste caso devido ao modelo não apresentar vetores auto-regressivos e/ou médias móveis percebemos que a tendência do σ é de sempre aumentar a área ao longo do tempo.

5.3. Redimensionamento da amostra e teste fora amostral

Seguindo os mesmos passos metodológicos traçados no item anterior para estimação do modelo GARCH(1,1), foi realizado um novo esforço computacional para calcular os GARCH, com uma amostra redimensionada.

Originalmente a amostra foi obtida de 28/04/2013 a 15/03/2019 e para essa etapa, foi conduzido um redimensionamento (*ad hoc*) para o período de 01/01/2015 a 31/12/2018.

A estimação do melhor modelo ARIMA(p,d,q), resultou nas seguintes condições, pelo Critério de Informação Akaike ARIMA(2,0,2) e pelo Critério de Informação Bayesiano foi mantido o ARIMA(0,0,0).

Ambos passaram pelo teste de *Ljung-Box* que determinou haver efeito ARCH nas amostras. Considerando GARCH(1,1), os resultados conduziram para realização do *Backtesting* para os intervalos de confiança de 99% e 95%, sendo que as mesmas decisões foram obtidas na amostragem original, não sendo rejeitado apenas o modelo GARCH(1,1) com Ordem ARMA(0,0) a 95%.

Para o teste fora amostral, foi conduzido o *forecasting* para 100 dias do modelo não rejeitado, e confrontado com as 74 observações já existentes entre o

período de 01/01/2019 e 15/03/2019. No Gráfico, a seguir, para os 74 primeiros dias de 2019, com base no GARCH(1,1) foi verificado que o modelo excedeu em apenas uma observação.

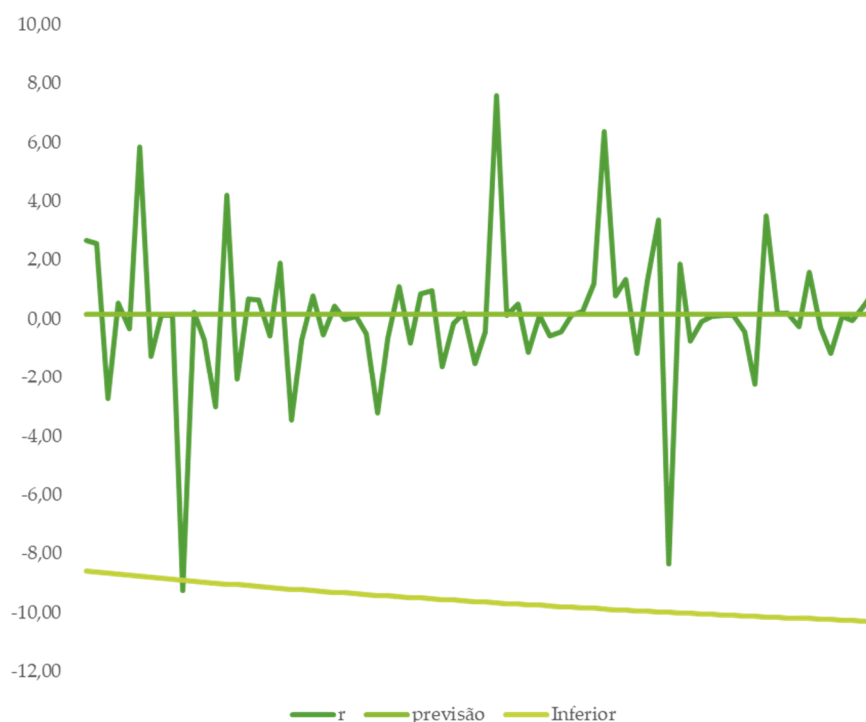


Gráfico 10 - Teste fora amostral - GARCH (1,1) de Ordem ARMA (0,0) a 5% de significância

No gráfico 10, dada a previsão de rentabilidade do Bitcoin μ ser uma constante, a rentabilidade verificada no período de 01/10/2019 a 15/03/2019 (verde escuro) ultrapassa o limite inferior do VaR a 5% de significância em apenas uma observação.

É interessante perceber que neste caso, apesar de não ter fechado 100 dias, o modelo atestou o VaR em um percentual de aproximadamente 1,3%, bem inferior à 5% que era o esperado. Isto pode ser um indício de que o modelo está bem calibrado para determinação do VaR dada a alta volatilidade deste ativo.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A presente dissertação teve o intuito de revisar a bibliografia sobre Criptomoedas e *Value at Risk* e investigar sua eficiência, do ponto de vista da modelagem econométrica através do *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity* (GARCH), considerando que é importante obter, ao menos uma metodologia confiável para a sua estimação. Neste aspecto, foi possível evidenciar uma ampla literatura sobre ambos os temas, em especial sobre o GARCH enquanto instrumental na quantificação/mensuração e gestão de risco, para a utilização do modelo econométrico proposto.

A segunda parte do trabalho tratou da conceituação e evolução histórica da moeda convencional e das moedas digitais (criptomoedas), suas propriedades e características. Posteriormente foi revisitada a definição de Risco, do *Value at Risk* e quais os pressupostos que estavam por trás desta técnica, através de uma ampla revisão da literatura, isto foi fundamental para o desenvolvimento e fundamentação teórica do tema abordado.

Foi evidenciado, no capítulo 4, também quais os problemas na análise econométrica pertinentes as séries temporais, conjunto de dados que estão relacionados ao tempo e são basicamente do que tratam a econometria da Macroeconomia e Finanças, como e porque o Modelo GARCH se tornou bastante utilizado para a econometria financeira. Por fim, foram reunidos diversos trabalhos sobre a estimação do VaR através de modelos GARCH e suas variantes.

Coube ao capítulo 5, a aplicação do modelo, no qual foi demonstrado os resultados da análise da taxa de rentabilidade do BitCoin através do modelo GARCH(1,1), cuja expectativa é ter uma remuneração diária de 0,098, não obstante também foi demonstrado que a volatilidade da moeda é bastante elevada, o que corrobora com as suspeitas de Krugman (2013) quanto a capacidade da BitCoin ser de fato uma moeda, além disto, o *Value at Risk* indica que as perdas podem ser maiores que a rentabilidade ajustada para o BTC.

Apesar de teoricamente ser preferível a adoção do Critério de Informação Akaike ao invés do Bayesiano para determinação do $ARIMA(p,d,q)$, o BIC é demonstrado em diversos artigos que fornece, para grandes amostras, resultados melhores que os ajustes apresentados pelo AIC. A utilização do GARCH(1,1) com Ordem ARMA(0,0) foi *ad hoc*, o que implica que não houve tentativa de alterar a ordem do GARCH. Foi possível obter uma boa estimação do modelo VaR-GARCH(1,1) com um IC de 95%, mesmo não sendo este o intervalo ideal, conforme Basiléia preceitua.

Importante salientar que a modelagem via GARCH não é um assunto finalizado em si, muita discussão sobre o seu uso (inclusive críticas ao modelo) persiste até hoje, o que torna a temática ainda não esgotada, apesar de empiricamente, estes modelos apresentarem boa relação de eficiência e acurácia na estimação do VaR. Isto também pode ser verificado pelo grande número de variantes a este modelo que são utilizados por diversos autores, como Almeida e Ghirardi (1999), Angelidis, Benos e Degiannakis (2003) e So e Philip (2006).

Essas variantes, do GARCH, solucionam alguns outros problemas que podem ser encontrados na amostra, como por exemplo, funções de distribuição leptocúrticas, como as encontradas neste trabalho, bem como utilizar teoria dos Valores Extremos (GEV) considerando que podem ser mais adequados para explicar os quantis extremos do que o modelo GARCH clássico. Além disto, sem necessariamente utilizar uma variante do GARCH padrão Ciaian, Kancs e Rajcaniova (2018) apenas utilizaram dados em alta frequência (horas), o que já resultou em novas possibilidades de pesquisas.

Por fim, isto pode ser considerado como uma limitação do trabalho, considerando a impossibilidade de abarcar a descrição, conceitos e especificidades de cada modelo derivado do GARCH, bem como seus resultados específicos que em muitos casos superaram em acurácia a estimação proposta no trabalho. Tal limitação que pode levar a pesquisas futuras em busca de melhores formas de estimação do *Value at Risk* no auxílio de encontrar melhores ferramentas na mensuração e gestão de risco.

7. REFERENCIAL BIBLIOGRÁFICO

ALEXANDER, Carol. **Market Risk Analysis, Value at Risk Models**. John Wiley & Sons, 2009.

ALLEN, Linda; BOUDOUKH, Jacob; SAUNDERS, Anthony. **Understanding market, credit, and operational risk: the value at risk approach**. John Wiley & Sons, 2009.

ALMEIDA, AF de; GHIRARDI, André. Estudo comparativo de modelos de gerenciamento de risco de mercado com uma carteira composta por ativos típicos de um fundo de ações. **EnANPAD. Anais... Fox do Iguaçu: XXIII Encontro da ANPAD**, 1999.

ANGELIDIS, Timotheos; BENOS, Alexandros; DEGIANNAKIS, Stavros. The use of GARCH models in VaR estimation. **Statistical methodology**, v. 1, n. 1-2, p. 105-128, 2004.

ARDIA, David; BLUTEAU, Keven; RÜEDE, Maxime. Regime changes in Bitcoin GARCH volatility dynamics. **Finance Research Letters**, v. 29, p. 266-271, 2019.

BAIN, Mr Keith; HOWELLS, Peter. **Monetary economics: policy and its theoretical basis**. Macmillan International Higher Education, 2009.

BERKOWITZ, Jeremy; O'BRIEN, James. How accurate are value-at-risk models at commercial banks?. **The journal of finance**, v. 57, n. 3, p. 1093-1111, 2002.

BOLLERSLEV, Tim. Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. **Journal of econometrics**, v. 31, n. 3, p. 307-327, 1986.

BOUCHAUD, Jean-Philippe; POTTERS, Marc. **Theory of financial risk and derivative pricing: from statistical physics to risk management**. Cambridge university press, 2003.

BUENO, Rodrigo de Losso da Silveira. **Econometria de séries temporais**. Cengage Learning, 2008.

CAMPBELL, Sean D. et al. **A review of backtesting and backtesting procedures**. 2005.

CHAN, Ngai Hang; WONG, Hoi Ying. **Simulation techniques in financial risk management**. John Wiley & Sons, 2015.

CHONG, Yen Yee. **Investment risk management**. John Wiley & Sons, 2004.

CHOUDHRY, Moorad. **An introduction to value-at-risk**. John Wiley & Sons, 2006.

CHU, Jeffrey et al. GARCH modelling of cryptocurrencies. **Journal of Risk and Financial Management**, v. 10, n. 4, p. 17, 2017.

CIAIAN, Pavel; KANCS, d'Artis; RAJCANIOVA, Miroslava. The Price of BitCoin: GARCH Evidence from High Frequency Data. **arXiv preprint arXiv:1812.09452**, 2018.

COCHRANE, John H. Time series for macroeconomics and finance. **Manuscript, University of Chicago**, 2005.

COLUCCI, Stefano. **On Estimating Bitcoin Value at Risk: A Comparative Analysis**. 2018.

GREENE, William H. **Econometric analysis**. 7th edition. Pearson, 2012.

FURNEAUX, Nick. **Investigating Cryptocurrencies: Understanding, Extracting, and Analyzing Blockchain Evidence**. Indianapolis: Wiley, 2018.

GREGORIOU, Greg N. **The VaR modeling handbook: Practical applications in alternative investing, banking, insurance, and portfolio management**. McGraw Hill Professional, 2010.

HARRIS, Richard; SOLLIS, Robert. **Applied time series modelling and forecasting**. Wiley, 2003.

JORION, Philippe. **Value at risk: the new benchmark for controlling market risk**. 3rd Edition. MacGraw-Hill, 2007.

KEYNES, John Maynard. **A teoria geral do emprego, do juro e da moeda**. São Paulo: Atlas, 1982.

KRUGMAN, P. **Bitcoin Is Evil**. <https://krugman.blogs.nytimes.com/2013/12/28/bitcoin-is-evil/> Acessado em 15 de março de 2019 as 07:54. The New York Time

LOMBARDO, Marcia. **Value-at-risk: aplicação de cinco metodologias a carteiras teóricas compostas por ações e títulos de renda fixa no Brasil**. 2000. Tese de Doutorado.

LOPES, J. C. ROSSETTI, J. PI. **Economia monetária**. 9. ed. rev. ampl. e atual. – São Paulo: Atlas, 2005.

MOLAK, Vlasta. **Fundamentals of risk analysis and risk management**. CRC Press, 1996.

NAKAMOTO, Satoshi. **Bitcoin: A peer-to-peer electronic cash system**. 2008.

FRANCO, Pedro. **Understanding bitcoin**. Wiley, 2014.

PEREIMA, João Basilio; CURADO, Marcelo. **Sistema Monetário Internacional, cooperação e competição: um ensaio sobre guerra cambial**. Working Paper BNDES/ANPEC No. 38, Curitiba, Universidade Federal do Paraná, 2012.

SANCHES, Guilherme Fernandes. Estimação de Value at Risk para horizontes superiores a um dia por meio dos processos estocásticos GARCH e APARCH combinados com simulação de Monte Carlo. **Revista do BNDES**, Rio de Janeiro, n. 41, p. 435-480, 2014.

SO, Mike KP; PHILIP, L. H. Empirical analysis of GARCH models in value at risk estimation. **Journal of International Financial Markets, Institutions and Money**, v. 16, n. 2, p. 180-197, 2006.

WOOLDRIDGE, Jeffrey M. **Introductory econometrics: A modern approach**. Thomson South-Western; Third edition, 2006.

_____. **Econometric analysis of cross section and panel data**. MIT press, 2010.

8. ANEXOS

Outputs do R: Modelos GARCH(1,1) - ARMA(5,3) e ARMA(0,0) - Período Completo

```
> #Akaike Information Criterion
> fit_BTC_aic <- auto.arima(BTC.ret, trace = TRUE, test = "kpss", ic = "aic")
```

Fitting models using approximations to speed things up...

```
ARIMA(2,0,2) with non-zero mean : 12368.06
ARIMA(0,0,0) with non-zero mean : 12393.75
ARIMA(1,0,0) with non-zero mean : 12393.92
ARIMA(0,0,1) with non-zero mean : 12395.73
ARIMA(0,0,0) with zero mean      : 12394.59
ARIMA(1,0,2) with non-zero mean : 12397.39
ARIMA(2,0,1) with non-zero mean : 12387.46
ARIMA(3,0,2) with non-zero mean : 12365.61
ARIMA(3,0,1) with non-zero mean : 12377.76
ARIMA(4,0,2) with non-zero mean : 12364.13
ARIMA(4,0,1) with non-zero mean : 12375.96
ARIMA(5,0,2) with non-zero mean : 12361.2
ARIMA(5,0,1) with non-zero mean : 12373.38
ARIMA(5,0,3) with non-zero mean : 12358.59
ARIMA(4,0,3) with non-zero mean : 12367.85
ARIMA(5,0,4) with non-zero mean : 12359.59
ARIMA(4,0,4) with non-zero mean : 12359.9
ARIMA(5,0,3) with zero mean     : 12360.99
```

Now re-fitting the best model(s) without approximations...

```
ARIMA(5,0,3) with non-zero mean : 12385.67
```

Best model: ARIMA(5,0,3) with non-zero mean

```
> fit_BTC_aic
```

Series: BTC.ret

ARIMA(5,0,3) with non-zero mean

Coefficients:

	ar1	ar2	ar3	ar4	ar5	ma1	ma2	ma3	mean
	1.2740	-1.0743	0.5278	0.0166	0.0389	-1.2779	1.0626	-0.5190	0.1111
s.e.	0.1508	NaN	0.1306	0.0414	0.0325	0.1522	NaN	0.1362	0.1154

sigma^2 estimated as 18.65: log likelihood=-6182.84

AIC=12385.67 AICC=12385.78 BIC=12442.39

warning message:

In sqrt(diag(x\$var.coef)) : NaNs produced

```
> #Bayesian Information Criterion
```

```
> fit_BTC_bic <- auto.arima(BTC.ret, trace = TRUE, test = "kpss", ic = "bic")
```

Fitting models using approximations to speed things up...

```

ARIMA(2,0,2) with non-zero mean : 12402.09
ARIMA(0,0,0) with non-zero mean : 12405.09
ARIMA(1,0,0) with non-zero mean : 12410.94
ARIMA(0,0,1) with non-zero mean : 12412.75
ARIMA(0,0,0) with zero mean      : 12400.26
ARIMA(1,0,1) with non-zero mean : 12418.43

```

Now re-fitting the best model(s) without approximations...

```
ARIMA(0,0,0) with zero mean      : 12400.26
```

Best model: ARIMA(0,0,0) with zero mean

```
> fit_BTC_bic
```

Series: BTC.ret

ARIMA(0,0,0) with zero mean

```

sigma^2 estimated as 18.81:  log likelihood=-6196.29
AIC=12394.59  AICC=12394.59  BIC=12400.26

```

```
> #AIC
```

```
> Box.test(fit_BTC_aic$residual^2, lag = 1, type = "Ljung-Box")
```

Box-Ljung test

data: fit_BTC_aic\$residual^2

X-squared = 196.78, df = 1, p-value < 2.2e-16

```
> #BIC
```

```
> Box.test(fit_BTC_bic$residual^2, lag = 1, type = "Ljung-Box")
```

Box-Ljung test

data: fit_BTC_bic\$residual^2

X-squared = 203.87, df = 1, p-value < 2.2e-16

```
> res_garch11_fit_AIC
```

```

*-----*
*          GARCH Model Fit          *
*-----*

```

Conditional Variance Dynamics

```

-----
GARCH Model      : sGARCH(1,1)
Mean Model       : ARFIMA(5,0,3)
Distribution      : norm

```

Optimal Parameters

```

-----

```

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
mu	0.102728	0.066686	1.540480	0.123443
ar1	-0.286194	0.042281	-6.768782	0.000000
ar2	-0.330278	0.045527	-7.254575	0.000000
ar3	-0.913759	0.034809	-26.250630	0.000000
ar4	-0.004821	0.024097	-0.200078	0.841420
ar5	-0.001561	0.024906	-0.062687	0.950016

ma1	0.293479	0.036201	8.106931	0.000000
ma2	0.353852	0.036387	9.724578	0.000000
ma3	0.891342	0.039627	22.493079	0.000000
omega	0.379912	0.082247	4.619181	0.000004
alpha1	0.126486	0.016080	7.865902	0.000000
beta1	0.863258	0.015643	55.186710	0.000000

Robust Standard Errors:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
mu	0.102728	0.069516	1.477767	0.139470
ar1	-0.286194	0.042261	-6.771990	0.000000
ar2	-0.330278	0.068165	-4.845278	0.000001
ar3	-0.913759	0.047895	-19.078333	0.000000
ar4	-0.004821	0.022365	-0.215567	0.829325
ar5	-0.001561	0.025471	-0.061297	0.951123
ma1	0.293479	0.036779	7.979581	0.000000
ma2	0.353852	0.056286	6.286659	0.000000
ma3	0.891342	0.058128	15.334137	0.000000
omega	0.379912	0.235132	1.615734	0.106152
alpha1	0.126486	0.035721	3.540913	0.000399
beta1	0.863258	0.039531	21.837554	0.000000

LogLikelihood : -5836.492

Information Criteria

Akaike	5.4481
Bayes	5.4798
Shibata	5.4480
Hannan-Quinn	5.4597

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals

	statistic	p-value
Lag[1]	6.324	1.191e-02
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][23]	32.332	0.000e+00
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][39]	41.919	1.393e-07

d.o.f=8
H0 : No serial correlation

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals

	statistic	p-value
Lag[1]	1.532	0.2158
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]	2.835	0.4380
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]	4.495	0.5072

d.o.f=2

Weighted ARCH LM Tests

	Statistic	Shape	Scale	P-Value
ARCH Lag[3]	0.1002	0.500	2.000	0.7516
ARCH Lag[5]	2.7731	1.440	1.667	0.3244
ARCH Lag[7]	3.3050	2.315	1.543	0.4579

Nyblom stability test

Joint Statistic: 1.7624

Individual Statistics:

mu	0.31436
ar1	0.06006

```

ar2    0.11725
ar3    0.02009
ar4    0.16997
ar5    0.13049
ma1    0.03009
ma2    0.14254
ma3    0.03125
omega  0.15591
alpha1 0.10078
beta1  0.12957

```

```

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)
Joint Statistic:      2.69 2.96 3.51
Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75

```

Sign Bias Test

```

-----
                t-value   prob sig
Sign Bias          1.4593 0.1446
Negative Sign Bias 0.2440 0.8073
Positive Sign Bias 0.5771 0.5639
Joint Effect       3.2387 0.3563

```

Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:

```

-----
group statistic p-value(g-1)
1    20      338.8   2.058e-60
2    30      356.5   4.492e-58
3    40      386.8   7.993e-59
4    50      401.5   7.732e-57

```

Elapsed time : 1.426567

> res_garch11_fit_BIC

```

*-----*
*          GARCH Model Fit          *
*-----*

```

Conditional Variance Dynamics

```

-----
GARCH Model      : sGARCH(1,1)
Mean Model       : ARFIMA(0,0,0)
Distribution      : norm

```

Optimal Parameters

```

-----
      Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
mu      0.098581   0.067269   1.4655 0.142792
omega   0.407749   0.089376   4.5622 0.000005
alpha1  0.124505   0.015490   8.0377 0.000000
beta1   0.863044   0.015840  54.4841 0.000000

```

Robust Standard Errors:

```

      Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
mu      0.098581   0.069909   1.4101 0.158500
omega   0.407749   0.257940   1.5808 0.113925
alpha1  0.124505   0.035820   3.4759 0.000509

```

beta1 0.863044 0.041935 20.5805 0.000000

LogLikelihood : -5844.062

Information Criteria

```
-----
Akaike      5.4477
Bayes      5.4582
Shibata    5.4477
Hannan-Quinn 5.4515
```

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals

```
-----
              statistic  p-value
Lag[1]          7.294 0.006917
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][2] 8.084 0.006144
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][5] 10.536 0.006700
d.o.f=0
H0 : No serial correlation
```

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals

```
-----
              statistic  p-value
Lag[1]          1.102 0.2939
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5] 2.729 0.4587
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9] 4.411 0.5206
d.o.f=2
```

Weighted ARCH LM Tests

```
-----
Statistic Shape Scale P-Value
ARCH Lag[3] 0.4278 0.500 2.000 0.5130
ARCH Lag[5] 3.0569 1.440 1.667 0.2816
ARCH Lag[7] 3.5383 2.315 1.543 0.4181
```

Nyblom stability test

```
-----
Joint Statistic: 0.7134
Individual Statistics:
mu      0.3284
omega   0.1562
alpha1  0.1076
beta1   0.1252
```

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)

```
Joint Statistic: 1.07 1.24 1.6
Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75
```

Sign Bias Test

```
-----
              t-value  prob sig
Sign Bias      0.8898 0.3737
Negative Sign Bias 0.2487 0.8037
Positive Sign Bias 0.3282 0.7428
Joint Effect    1.3628 0.7143
```

Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:

```
-----
group statistic p-value(g-1)
1 20 380.8 4.278e-69
```

2	30	415.7	4.893e-70
3	40	431.4	1.250e-67
4	50	442.5	9.439e-65

Elapsed time : 0.162111

> Testes de Kupiec (Porportion of failures) e de Christoffersen (IntervalFor
ecast)

> report(res_garch11_roll_AIC, type = "VaR", VaR.alpha = 0.01, conf.level =
0.99)

VaR Backtest Report

```
=====
Model:                               SGARCH-norm
Backtest Length:                     2047
Data:
```

```
=====
alpha:                               1%
Expected Exceed:                     20.5
Actual VaR Exceed:                   108
Actual %:                             5.3%
```

Unconditional Coverage (Kupiec)

```
Null-Hypothesis:                     Correct Exceedances
LR.uc Statistic:                     188.021
LR.uc Critical:                      6.635
LR.uc p-value:                       0
Reject Null:                         YES
```

Conditional Coverage (Christoffersen)

```
Null-Hypothesis:                     Correct Exceedances and
                                     Independence of Failures
LR.cc Statistic:                     188.331
LR.cc Critical:                      9.21
LR.cc p-value:                       0
Reject Null:                         YES
```

> report(res_garch11_roll_BIC, type = "VaR", VaR.alpha = 0.01, conf.level =
0.99)

VaR Backtest Report

```
=====
Model:                               SGARCH-norm
Backtest Length:                     2047
Data:
```

```
=====
alpha:                               1%
Expected Exceed:                     20.5
Actual VaR Exceed:                   56
Actual %:                             2.7%
```

Unconditional Coverage (Kupiec)

```
Null-Hypothesis:                     Correct Exceedances
LR.uc Statistic:                     42.282
LR.uc Critical:                      6.635
LR.uc p-value:                       0
Reject Null:                         YES
```

Conditional Coverage (Christoffersen)

```
Null-Hypothesis:                     Correct Exceedances and
```

Independence of Failures

LR.cc Statistic: 45.252
 LR.cc Critical: 9.21
 LR.cc p-value: 0
 Reject Null: YES

> report(res_garch11_roll_AIC5, type = "VaR", VaR.alpha = 0.05, conf.level = 0.95)

VaR Backtest Report

```
=====
Model:                               SGARCH-norm
Backtest Length: 2047
Data:
```

```
=====
alpha:                               5%
Expected Exceed: 102.4
Actual VaR Exceed: 201
Actual %: 9.8%
```

Unconditional Coverage (Kupiec)

Null-Hypothesis: Correct Exceedances
 LR.uc Statistic: 79.104
 LR.uc Critical: 3.841
 LR.uc p-value: 0
 Reject Null: YES

Conditional Coverage (Christoffersen)

Null-Hypothesis: Correct Exceedances and
 Independence of Failures

LR.cc Statistic: 81.363
 LR.cc Critical: 5.991
 LR.cc p-value: 0
 Reject Null: YES

> report(res_garch11_roll_BIC5, type = "VaR", VaR.alpha = 0.05, conf.level = 0.95)

VaR Backtest Report

```
=====
Model:                               SGARCH-norm
Backtest Length: 2047
Data:
```

```
=====
alpha:                               5%
Expected Exceed: 102.4
Actual VaR Exceed: 117
Actual %: 5.7%
```

Unconditional Coverage (Kupiec)

Null-Hypothesis: Correct Exceedances
 LR.uc Statistic: 2.114
 LR.uc Critical: 3.841
 LR.uc p-value: 0.146
 Reject Null: NO

Conditional Coverage (Christoffersen)

Null-Hypothesis: Correct Exceedances and
 Independence of Failures

LR.cc Statistic: 4.785
 LR.cc Critical: 5.991
 LR.cc p-value: 0.091
 Reject Null: NO

Outputs do R: Modelo GARCH(1,1) - ARMA(3,3) - Período Completo

```

*-----*
*          GARCH Model Fit          *
*-----*

Conditional Variance Dynamics
-----
GARCH Model      : sGARCH(1,1)
Mean Model       : ARFIMA(3,0,3)
Distribution      : norm

Optimal Parameters
-----

```

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
mu	0.096286	0.075245	1.2796	0.200678
ar1	0.952650	0.014011	67.9950	0.000000
ar2	-0.982757	0.010427	-94.2483	0.000000
ar3	0.839616	0.049232	17.0543	0.000000
ma1	-0.947557	0.000316	-3001.0286	0.000000
ma2	1.014489	0.000121	8394.5942	0.000000
ma3	-0.851054	0.039959	-21.2984	0.000000
omega	0.404013	0.085925	4.7020	0.000003
alpha1	0.129922	0.016125	8.0573	0.000000
beta1	0.858326	0.015974	53.7326	0.000000

Robust Standard Errors:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
mu	0.096286	0.072852	1.3217	0.186280
ar1	0.952650	0.020013	47.6025	0.000000
ar2	-0.982757	0.016663	-58.9778	0.000000
ar3	0.839616	0.121409	6.9156	0.000000
ma1	-0.947557	0.001312	-722.1212	0.000000
ma2	1.014489	0.000264	3845.0739	0.000000
ma3	-0.851054	0.103349	-8.2347	0.000000
omega	0.404013	0.232759	1.7358	0.082607
alpha1	0.129922	0.032972	3.9404	0.000081
beta1	0.858326	0.036879	23.2741	0.000000

LogLikelihood : -5837.127

Information Criteria

Akaike	5.4468
Bayes	5.4732
Shibata	5.4467
Hannan-Quinn	5.4565

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals

	statistic	p-value
Lag[1]	5.902	1.512e-02
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][17]	19.230	0.000e+00
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][29]	28.750	5.947e-05

d.o.f=6
H0 : No serial correlation

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals

	statistic	p-value
Lag[1]	1.166	0.2803
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]	2.908	0.4242
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]	4.842	0.4530

d.o.f=2

Weighted ARCH LM Tests

	Statistic	Shape	Scale	P-Value
ARCH Lag[3]	0.3723	0.500	2.000	0.5417
ARCH Lag[5]	3.4226	1.440	1.667	0.2341
ARCH Lag[7]	4.0188	2.315	1.543	0.3439

Nyblom stability test

Joint Statistic: 1.1399

Individual Statistics:

mu	0.27864
ar1	0.11068
ar2	0.03136
ar3	0.09922
ma1	0.06414
ma2	0.05919
ma3	0.06230
omega	0.13673
alpha1	0.09158
beta1	0.10861

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)

Joint Statistic: 2.29 2.54 3.05

Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75

Sign Bias Test

	t-value	prob	sig
Sign Bias	1.1467	0.2516	
Negative Sign Bias	0.1071	0.9147	
Positive Sign Bias	0.2942	0.7686	
Joint Effect	1.9506	0.5827	

Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:

group	statistic	p-value(g-1)
1 20	365.7	5.650e-66
2 30	393.4	1.624e-65
3 40	420.0	2.285e-65
4 50	441.8	1.263e-64

Elapsed time : 1.093878

```
> report(res_garch11_rol1_AIC31, type = "VaR", VaR.alpha = 0.01, conf.level = 0.99)
```

VaR Backtest Report

```
=====
Model:                               SGARCH-norm
Backtest Length:                      2047
Data:
```

```
=====
alpha:                               1%
```

Expected Exceed: 20.5
 Actual VaR Exceed: 96
 Actual %: 4.7%

Unconditional Coverage (Kupiec)

Null-Hypothesis: Correct Exceedances
 LR.uc Statistic: 148.505
 LR.uc Critical: 6.635
 LR.uc p-value: 0
 Reject Null: YES

Conditional Coverage (Christoffersen)

Null-Hypothesis: Correct Exceedances and
 Independence of Failures

LR.cc Statistic: 150.981
 LR.cc Critical: 9.21
 LR.cc p-value: 0
 Reject Null: YES

> report(res_garch11_roll_AIC35, type = "VaR", VaR.alpha = 0.05, conf.level = 0.95)

VaR Backtest Report

=====

Model: SGARCH-norm
 Backtest Length: 2047
 Data:

=====

alpha: 5%
 Expected Exceed: 102.4
 Actual VaR Exceed: 181
 Actual %: 8.8%

Unconditional Coverage (Kupiec)

Null-Hypothesis: Correct Exceedances
 LR.uc Statistic: 52.3
 LR.uc Critical: 3.841
 LR.uc p-value: 0
 Reject Null: YES

Conditional Coverage (Christoffersen)

Null-Hypothesis: Correct Exceedances and
 Independence of Failures

LR.cc Statistic: 52.588
 LR.cc Critical: 5.991
 LR.cc p-value: 0
 Reject Null: YES

Outputs do R: Modelos GARCH(1,1) - ARMA(2,2) e ARMA(0,0) - Período Reduzido

```
> #Akaike Information Criterion
> fit_BTC_aic2 <- auto.arima(BTC.ret2, trace = TRUE, test = "kpss", ic = "a
ic")
```

Fitting models using approximations to speed things up...

```
ARIMA(2,0,2) with non-zero mean : 8162.734
ARIMA(0,0,0) with non-zero mean : 8173.205
ARIMA(1,0,0) with non-zero mean : 8176.109
ARIMA(0,0,1) with non-zero mean : 8175.106
ARIMA(0,0,0) with zero mean      : 8173.87
ARIMA(1,0,2) with non-zero mean : 8178.712
ARIMA(2,0,1) with non-zero mean : 8171.167
ARIMA(3,0,2) with non-zero mean : 8171.445
ARIMA(2,0,3) with non-zero mean : 8164.339
ARIMA(1,0,1) with non-zero mean : 8178.107
ARIMA(1,0,3) with non-zero mean : 8179.714
ARIMA(3,0,1) with non-zero mean : 8169.922
ARIMA(3,0,3) with non-zero mean : 8173.402
ARIMA(2,0,2) with zero mean     : 8163.44
```

Now re-fitting the best model(s) without approximations...

```
ARIMA(2,0,2) with non-zero mean : 8174.173
```

Best model: ARIMA(2,0,2) with non-zero mean

```
> fit_BTC_aic2
Series: BTC.ret2
ARIMA(2,0,2) with non-zero mean
```

```
Coefficients:
      ar1      ar2      ma1      ma2      mean
    0.3422 -0.9427 -0.3223  0.9517  0.1758
s.e.  0.0779  0.1152  0.0516  0.1243  0.1055
```

```
sigma^2 estimated as 15.74:  log likelihood=-4081.09
AIC=8174.17  AICC=8174.23  BIC=8205.89
```

```
> #Bayesian Information Criterion
> fit_BTC_bic2 <- auto.arima(BTC.ret2, trace = TRUE, test = "kpss", ic = "b
ic")
```

Fitting models using approximations to speed things up...

```
ARIMA(2,0,2) with non-zero mean : 8194.451
ARIMA(0,0,0) with non-zero mean : 8183.778
ARIMA(1,0,0) with non-zero mean : 8191.968
ARIMA(0,0,1) with non-zero mean : 8190.964
ARIMA(0,0,0) with zero mean      : 8179.156
ARIMA(1,0,1) with non-zero mean : 8199.252
```

Now re-fitting the best model(s) without approximations...

```
ARIMA(0,0,0) with zero mean      : 8179.156
```

Best model: ARIMA(0,0,0) with zero mean

```
> fit_BTC_bic2
Series: BTC.ret2
```

ARIMA(0,0,0) with zero mean

sigma^2 estimated as 15.79: log likelihood=-4085.94
AIC=8173.87 AICC=8173.87 BIC=8179.16

```
> #AIC
> Box.test(fit_BTC_aic2$residual^2, lag = 1, type = "Ljung-Box")
```

Box-Ljung test

data: fit_BTC_aic2\$residual^2
X-squared = 121.01, df = 1, p-value < 2.2e-16

```
> #BIC
> Box.test(fit_BTC_bic2$residual^2, lag = 1, type = "Ljung-Box")
```

Box-Ljung test

data: fit_BTC_bic2\$residual^2
X-squared = 119.71, df = 1, p-value < 2.2e-16

```
> res_garch11_fit_AIC2
```

```
*-----*
*          GARCH Model Fit          *
*-----*
```

Conditional Variance Dynamics

```
-----
GARCH Model      : sGARCH(1,1)
Mean Model       : ARFIMA(2,0,2)
Distribution      : norm
```

Optimal Parameters

```
-----
mu      Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
ar1      0.16908   0.063840   2.6485 0.008085
ar2     -0.87543   0.052139 -16.7903 0.000000
ma1     -0.15531   0.052991  -2.9308 0.003380
ma2      0.91248   0.041162  22.1679 0.000000
omega    0.41976   0.091519   4.5866 0.000005
alpha1   0.13276   0.017312   7.6689 0.000000
beta1    0.85506   0.017278  49.4874 0.000000
```

Robust Standard Errors:

```
Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
mu      0.10056   0.069288   1.4514 0.146672
ar1      0.16908   0.100800   1.6774 0.093467
ar2     -0.87543   0.070408 -12.4336 0.000000
ma1     -0.15531   0.084572  -1.8364 0.066296
ma2      0.91248   0.061158  14.9200 0.000000
omega    0.41976   0.253504   1.6558 0.097758
alpha1   0.13276   0.036347   3.6527 0.000259
beta1    0.85506   0.041277  20.7151 0.000000
```

LogLikelihood : -5837.747

Information Criteria

```
-----
```

Akaike 5.4455
 Bayes 5.4666
 Shibata 5.4455
 Hannan-Quinn 5.4532

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals

```

-----
                        statistic  p-value
Lag[1]                  4.988 2.552e-02
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][11] 16.645 0.000e+00
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][19] 24.303 4.480e-06
d.o.f=4
H0 : No serial correlation

```

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals

```

-----
                        statistic  p-value
Lag[1]                  0.9781 0.3227
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5] 2.6332 0.4781
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9] 4.5927 0.4916
d.o.f=2

```

Weighted ARCH LM Tests

```

-----
Statistic Shape Scale P-Value
ARCH Lag[3]    0.2357 0.500 2.000 0.6273
ARCH Lag[5]    3.3043 1.440 1.667 0.2486
ARCH Lag[7]    3.9308 2.315 1.543 0.3566

```

Nyblom stability test

```

-----
Joint Statistic: 1.3805
Individual Statistics:
mu      0.28719
ar1     0.03789
ar2     0.03018
ma1     0.03391
ma2     0.03349
omega   0.15301
alpha1  0.09747
beta1   0.11779

```

Asymptotic Critical values (10% 5% 1%)

```

Joint Statistic: 1.89 2.11 2.59
Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75

```

Sign Bias Test

```

-----
t-value  prob sig
Sign Bias 1.4380 0.1506
Negative Sign Bias 0.0868 0.9308
Positive Sign Bias 0.3724 0.7096
Joint Effect 2.6600 0.4471

```

Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:

```

-----
group statistic p-value(g-1)
1 20 336.0 7.830e-60
2 30 358.3 1.965e-58
3 40 383.5 3.642e-58
4 50 400.8 1.031e-56

```

Elapsed time : 1.197325

> res_garch11_fit_BIC0

```
*-----*
*          GARCH Model Fit          *
*-----*
```

Conditional Variance Dynamics

```
-----
GARCH Model      : sGARCH(1,1)
Mean Model       : ARFIMA(0,0,0)
Distribution      : norm
```

Optimal Parameters

```
-----
      Estimate  Std. Error  t value  Pr(>|t|)
mu      0.098581    0.067269   1.4655  0.142792
omega   0.407749    0.089376   4.5622  0.000005
alpha1  0.124505    0.015490   8.0377  0.000000
beta1   0.863044    0.015840  54.4841  0.000000
```

Robust Standard Errors:

```
      Estimate  Std. Error  t value  Pr(>|t|)
mu      0.098581    0.069909   1.4101  0.158500
omega   0.407749    0.257940   1.5808  0.113925
alpha1  0.124505    0.035820   3.4759  0.000509
beta1   0.863044    0.041935  20.5805  0.000000
```

LogLikelihood : -5844.062

Information Criteria

```
-----
Akaike          5.4477
Bayes           5.4582
Shibata         5.4477
Hannan-Quinn    5.4515
```

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals

```
-----
              statistic  p-value
Lag[1]              7.294  0.006917
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][2]  8.084  0.006144
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][5] 10.536  0.006700
d.o.f=0
H0 : No serial correlation
```

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals

```
-----
              statistic  p-value
Lag[1]              1.102  0.2939
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]  2.729  0.4587
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]  4.411  0.5206
d.o.f=2
```

Weighted ARCH LM Tests

```
-----
      Statistic Shape Scale P-Value
ARCH Lag[3]    0.4278 0.500 2.000  0.5130
```

```
ARCH Lag[5]      3.0569 1.440 1.667 0.2816
ARCH Lag[7]      3.5383 2.315 1.543 0.4181
```

Nyblom stability test

```
-----
Joint Statistic: 0.7134
```

```
Individual Statistics:
```

```
mu      0.3284
```

```
omega   0.1562
```

```
alpha1  0.1076
```

```
beta1   0.1252
```

```
Asymptotic Critical values (10% 5% 1%)
```

```
Joint Statistic:      1.07 1.24 1.6
```

```
Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75
```

Sign Bias Test

```
-----
              t-value   prob sig
Sign Bias           0.8898 0.3737
Negative Sign Bias  0.2487 0.8037
Positive Sign Bias  0.3282 0.7428
Joint Effect        1.3628 0.7143
```

Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:

```
-----
group statistic p-value(g-1)
1    20      380.8   4.278e-69
2    30      415.7   4.893e-70
3    40      431.4   1.250e-67
4    50      442.5   9.439e-65
```

```
Elapsed time : 0.1911268
```

```
> report(res_garch11_rol1_AIC21, type = "VaR", VaR.alpha = 0.01, conf.level
= 0.99)
```

VaR Backtest Report

```
=====
Model:                      SGARCH-norm
Backtest Length:           2047
Data:
```

```
=====
alpha:                      1%
Expected Exceed:            20.5
Actual VaR Exceed:         68
Actual %:                   3.3%
```

Unconditional Coverage (Kupiec)

```
Null-Hypothesis:           Correct Exceedances
LR.uc Statistic:           69.338
LR.uc Critical:            6.635
LR.uc p-value:             0
Reject Null:               YES
```

Conditional Coverage (Christoffersen)

```
Null-Hypothesis:           Correct Exceedances and
                              Independence of Failures
LR.cc Statistic:           70.52
LR.cc Critical:            9.21
```



```

LR.cc p-value:      0
Reject Null:       YES
> report(res_garch11_roll_BIC01, type = "VaR", VaR.alpha = 0.01, conf.level
= 0.99)
VaR Backtest Report
=====
Model:              SGARCH-norm
Backtest Length:    2047
Data:

=====
alpha:              1%
Expected Exceed:    20.5
Actual VaR Exceed:  56
Actual %:           2.7%

Unconditional Coverage (Kupiec)
Null-Hypothesis:    Correct Exceedances
LR.uc Statistic:    42.282
LR.uc Critical:     6.635
LR.uc p-value:      0
Reject Null:        YES

Conditional Coverage (Christoffersen)
Null-Hypothesis:    Correct Exceedances and
                    Independence of Failures
LR.cc Statistic:    45.252
LR.cc Critical:     9.21
LR.cc p-value:      0
Reject Null:        YES
> report(res_garch11_roll_AIC25, type = "VaR", VaR.alpha = 0.05, conf.level
= 0.95)
VaR Backtest Report
=====
Model:              SGARCH-norm
Backtest Length:    2047
Data:

=====
alpha:              5%
Expected Exceed:    102.4
Actual VaR Exceed:  139
Actual %:           6.8%

Unconditional Coverage (Kupiec)
Null-Hypothesis:    Correct Exceedances
LR.uc Statistic:    12.484
LR.uc Critical:     3.841
LR.uc p-value:      0
Reject Null:        YES

Conditional Coverage (Christoffersen)
Null-Hypothesis:    Correct Exceedances and
                    Independence of Failures
LR.cc Statistic:    13.886
LR.cc Critical:     5.991
LR.cc p-value:      0.001
Reject Null:        YES
> report(res_garch11_roll_BIC05, type = "VaR", VaR.alpha = 0.05, conf.level
= 0.95)
VaR Backtest Report
=====

```

Model: SGARCH-norm
 Backtest Length: 2047
 Data:

```
=====
alpha: 5%
Expected Exceed: 102.4
Actual VaR Exceed: 117
Actual %: 5.7%
```

Unconditional Coverage (Kupiec)
 Null-Hypothesis: Correct Exceedances
 LR.uc Statistic: 2.114
 LR.uc Critical: 3.841
 LR.uc p-value: 0.146
 Reject Null: NO

Conditional Coverage (Christoffersen)
 Null-Hypothesis: Correct Exceedances and
 Independence of Failures
 LR.cc Statistic: 4.785
 LR.cc Critical: 5.991
 LR.cc p-value: 0.091
 Reject Null: NO